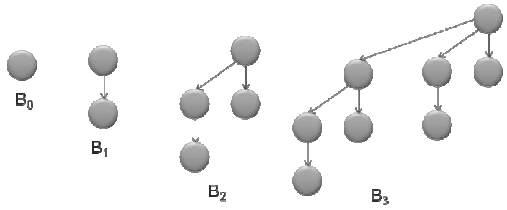
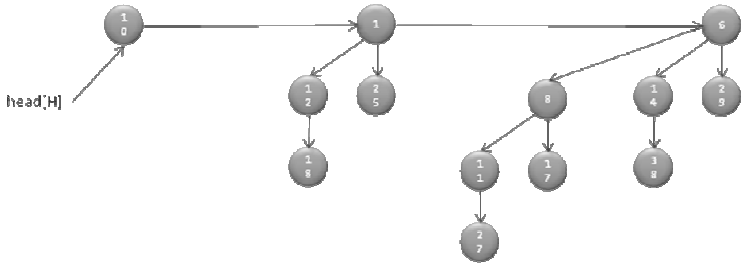
ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH – KOPIEC DWUMIANOWY

- **Drzewo dwumianowe B_k** – drzewo uporządkowane, takie, że:
  - B_0 – składa się z pojedynczego węzła
  - B_k – składa się z dwóch drzew B_{k-1} powiązanych w taki sposób, że korzeń jednego z nich jest skrajnie lewym synem drugiego.



- **Kopiec dwumianowy** – lista korzeni drzew dwumianowych uporządkowanych rosnąco według stopni
  - każde drzewo dwumianowe jest uporządkowane kopcowo
    - klucz w węźle jest nie mniejszy niż klucz ojca
  - dla każdego stopnia d ≥ 0 istnie w H co najwyżej jedno drzewo dwumianowe o korzeniu stopnia d



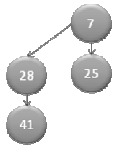
Reprezentacja węzłów kopca dwumianowego: key[x] – klucz, p[x] – ojciec, child[x] – lewy syn, sibling[x] – prawy brat, degree [x] – liczba synów. Jeśli węzeł x jest korzeniem to sibling[x] wskazuje na korzeń następnego drzewa dwumianowego na liście.

Operacje na kopcu dwumianowym

- łączenie dwóch kopców dwumianowych
  - **dane**: kopce H1 i H2
  - **wynik**: kopiec H

```
scal listy korzeni kopców H1 i H2 w listę H uporządkowaną niemalejąco według stopni korzeni
px ←NILL; x ← head[H], nx ← sibling[x]
while (nx ≠ NIL)
   if (degree[x] ≠ degree[nx] or sibling[nx] ≠ NILL i degree[siling[nx]] = degree[x])
      px ← x, x← nx
   else
      if (key[x] ≤ key[nx]) sibling[x] ←sibling[nx], BLink(nx,x)
      else if (px =NIL) head[H] ←nx
           else sibling[px] ← nx
           BLink(x,nx)
           x ←nx
   nx ← sibling[x]
```

BLink(x,y) – łączenie dwóch drzew dwumianowych o korzeniach x i y w taki sposób, że x staje się skrajnie lewym synem y

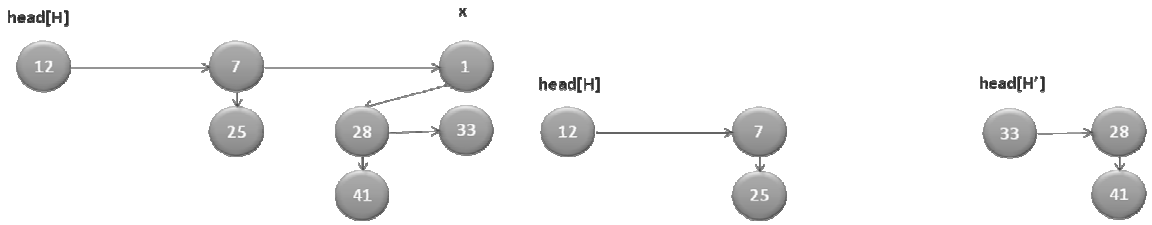


- dodanie węzła do kopca dwumianowego
  - **dane**: kopce H i węzeł x o kluczu key[x]
  - **wynik**: kopiec H z dodanym węzłem x

  utwórz kopiec H' zawierający tylko węzeł x
  połącz kopce H i H'

- usunięcie minimalnego węzła z kopca dwumianowego
  - **dane**: kopce H i znaleziony węzeł x o minimalnej wartości key[x]
  - **wynik**: kopiec H bez węzła x

  usuń x z listy korzeni H
  odwróć kolejność elementów na liście synów x
  zapamiętaj nowy początek listy synów x (kopiec H')
  połącz H i H'



Kopce dwumianowe są stosowane do reprezentowania kolejek priorytetowych.