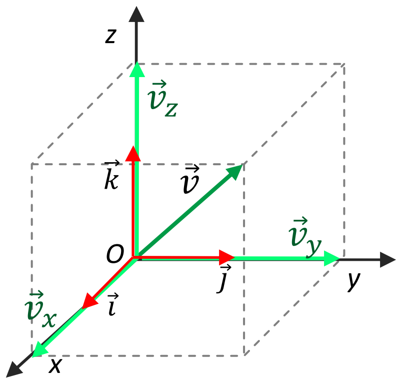
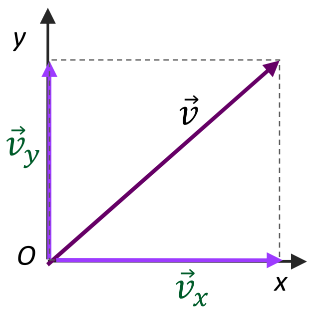
Ćwiczenia 1

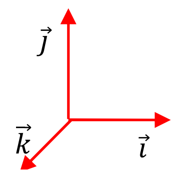
Na każde zajęcia proszę przynosić notatki z wykładów!

1. Rachunek wektorowy

Przeczytaj uważnie fragment wykładu dotyczący wektorów. Zapamiętaj wzory, które dla przypomnienia są podane jeszcze raz poniżej. Następnie zacznij rozwiązywać zadania.



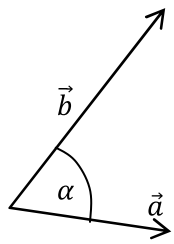




wersory

$|\vec{\imath}| = |\vec{j}| = |\vec{k}|$

Wektor $\vec{v}$ w kartezjańskim układzie współrzędnych prostokątnych: trój- i dwuwymiarowym *xy*, **wersory** $\vec{\imath}, \vec{j}, \vec{k}$.
Wektor rozłożony jest na **wektory składowe**(rzuty wektora w danym układzie współrzędnych) odpowiednio: $\vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z$ oraz $\vec{v}_x, \vec{v}_y$.

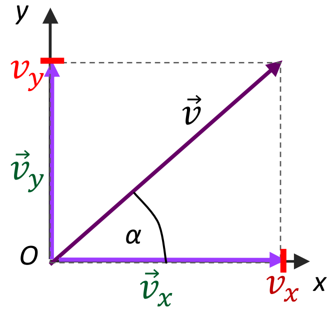


Iloczyn skalarny dwóch wektorów: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$ (wzór 1) jest liczbą (nie wektorem), jest przemienny, iloczyn wektorów prostopadłych jest równy zeru, $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$, w zależności od wielkości kąta jest dodatni lub ujemny.
Współrzędną wektora na danej osi nazywamy iloczyn skalarny tego wektora i wersora tej osi.
$a_x = \vec{a} \cdot \vec{\imath} = a \cos \alpha$, (wzór 2) itd. Współrzędna wektora może być liczbą dodatnią lub ujemną.

Wartość wektora: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ (wzór 3).

Wektor możemy zapisać: $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = a_x\vec{\imath} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$. (wzór 4)

np. $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$.



Suma wektorów: $\vec{a} + \vec{b} = (\vec{a}_x + \vec{b}_x) + (\vec{a}_y + \vec{b}_y) + (\vec{a}_z + \vec{b}_z) =$
$= (a_x + b_x)\vec{\imath} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$. (wzór 5)

Różnica wektorów: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. (wzór 6)

Iloczyn skalarny : $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}_x \cdot \vec{b}_x) + (\vec{a}_y \cdot \vec{b}_y) + (\vec{a}_z \cdot \vec{b}_z) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$. (wzór 7)

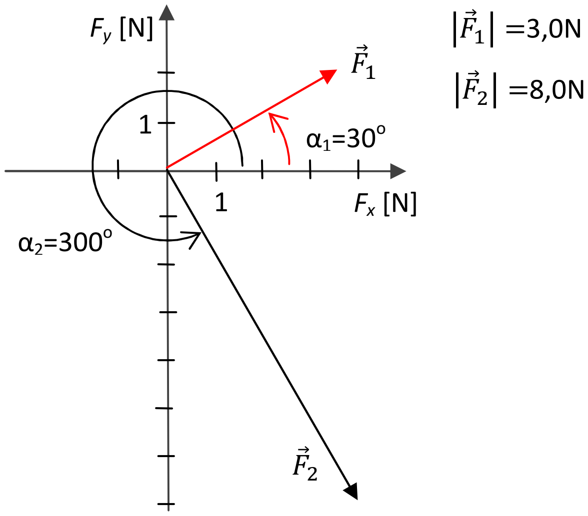
Iloczyn wektorowy dwóch wektorów: wartość iloczynu $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin \sphericalangle (\vec{a}, \vec{b})$ (wzór 8), a kierunek i zwrot $\vec{a} \times \vec{b}$ wyznaczamy z reguły śruby prawej.

$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$, (wzór 9)

Zadania

1. Dane są dwa wektory: $\vec{a} = 4{,}0\vec{\imath} + 3{,}0\vec{\jmath}$ i $\vec{b} = -2{,}0\vec{\imath} + 5{,}0\vec{\jmath}$. (a) Oblicz wartość każdego z wektorów (wzór 3). (b) Oblicz ich sumę i różnicę (wzór 5 i 6) . (c) Oblicz iloczyn skalarny wektorów (wzór 7). (d) Znajdź kąt α między wektorami (wzór 1 i 7). (d) Narysuj w układzie kartezjańskim wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$, wektory ich sumy i różnicy z (b).
(e) Znajdź iloczyn wektorowy tych wektorów.

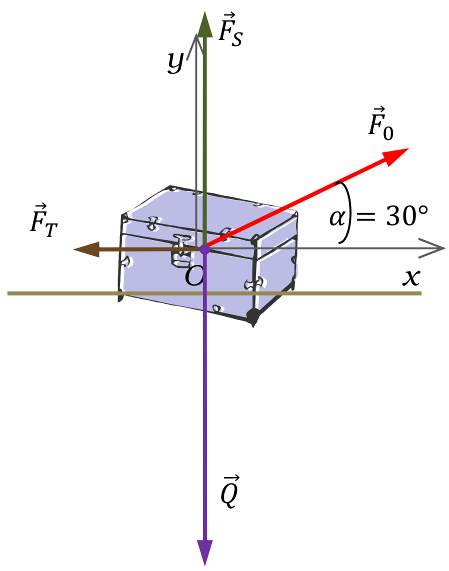
2. Dane są dwa wektory siły: $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ (patrz: rys. obok).(a) Rozłóż te wektory na składowe i znajdź ich współrzędne. Zapisz je w postaci danej wzorem 4. (b) Narysuj wektory: $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$, $-\vec{F}_1$.



3. Wartość wektora położenia ciała A wynosi r_A =6,0cm, a kąt jaki tworzy z osią x jest równy 210°. (a) Znajdź jego współrzędne. Zapisz ten wektor stosując wersory. Narysuj ten wektor.

4. W czasie bezwietrznej pogody wartość prędkości opadania spadochroniarza wynosi $v_1 = 3{,}0$m/s. Jaka będzie wartość prędkości spadochroniarza przy wietrze wiejącym poziomo z prędkością o wartości $v_2 = 4{,}0$m/s?

5. Moment siły $\vec{M}$ punktu materialnego zdefiniowany jest iloczynem wektorowym wektora położenia $\vec{r}$ i siły $\vec{F}$: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. (a) Znajdź moment siły, gdy $\vec{r} = (2{,}0\vec{\imath} - 0{,}5\vec{k})$ cm i $\vec{F} = (4{,}0\vec{\imath} - 0{,}5\vec{\jmath} + 1{,}5\vec{k})$ N. (b) Wykaż, że jeśli siła dana jest wyrażeniem postaci $\vec{F} = f(r)\vec{r}$, to moment siły jest równy zeru.



$\vec{F}_0$ - siła, z jaką ciągnięta jest skrzynia, $|\vec{F}_0| = 200$N
$\vec{Q}$ – ciężar, $|\vec{Q}|$=490 N
$\vec{F}_T$ - siła tarcia, $|\vec{F}_T| = 100$N
$\vec{F}_S$ - siła sprężystości podłoża, $|\vec{F}_S| = 390$N

6. Podczas ciągnięcia skrzyni działają na nią siły jak zaznaczone na rysunku powyżej. a. Rozłóż siły na wektory składowe w kartezjańskim układzie współrzędnych x, y. b. Znajdź wypadkową sił (sumę sił) dla każdego kierunku. c. Zapisz wektor siły wypadkowej $\vec{F}_{wyp}$ działającej na skrzynię.

3. Kinematyka punktu materialnego

Proszę przeczytać fragment wykładu dotyczący kinematyki. Nauczyć się podstawowych wzorów.

1**.** Jaś skacze z samolotu lecącego z prędkością $\vec{v}_0$ na wysokości *H*, ale spadochron mu się nie otwiera! Jego położenie w czasie skoku określone jest przez współrzędne:

$x(t) = v_0 t$, $y(t) = H - gt^2/2$, $(v_0, H, g$ – stałe dodatnie).

(a) Znajdź równanie toru Jasia i naszkicuj go (wskazówka: wyraź t przez x i podstaw do wyrażenia na *y*(*t*) - dostaniesz równanie znanej ci krzywej). (b) Znajdź wektory: prędkości $\vec{v}(t)$ i przyspieszenia $\vec{a}$. (c) Oblicz czas spadku Jasia (wskazówka: po tym czasie Jaś dotknie ziemi – zastanów się, jaka będzie wówczas wartość współrzędnej *y*).

2. Sonda Cassini, zanim odłączył się od niej próbnik Huyghens, okrążyła Saturna po torze danym równaniem: $\vec{r} = b\cos\omega t \cdot \vec{i} + c\sin\omega t \cdot \vec{j}$ $(b, c, \omega$ –stałe dodatnie). (a) Po jakiej krzywej poruszała się sonda? Jej równanie znajdziesz, jeśli zapiszesz równania: $x = x(t)$ i $y = y(t)$ a następnie wyeliminujesz z nich czas. (Patrz: przykład z wykładu) (b) Znajdź wektory: prędkości chwilowej $\vec{v}(t)$ i przyspieszenia $\vec{a}$. (c) Oblicz kąty między: wektorami $\vec{a}$ i $\vec{v}(t)$ oraz $\vec{r}$ i $\vec{v}$. Naszkicuj tor sondy i zaznacz wymienione wektory.

3. Cząstka o prędkości $\vec{v}_0 = (-2{,}0\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})\vec{i} + (4{,}0\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})\vec{j}$ doznaje w chwili *t*=0 stałego przyspieszenia $\vec{a}$, którego wartość wynosi $a = 3{,}00\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, a kierunek tworzy kąt $\theta = 130°$ z dodatnim kierunkiem osi x. Wyznacz prędkość $\vec{v}$ cząstki w chwili *t*=5,00s; wyraź ją za pomocą wektorów jednostkowych oraz podając jej długość i kierunek.

4. Koło o promieniu R toczy się po prostej ruchem jednostajnym z prędkością kątową, której wartość wynosi ω. Znaleźć dla punktu leżącego na obwodzie koła (jego torem będzie krzywa zwana cykloidą): a. współrzędne $x(t)$ i $y(t)$, b. całkowitą drogę s pomiędzy kolejnymi zetknięciami z prostą, c. przyspieszenie. Przyjąć, że w chwili $t = 0$, $x = 0, y = 0$. Naszkicować tor punktu.

Na następne zajęcia proszę zrobić powyższe zadania oraz nauczyć się materiału z wykładu 1

Literatura

D.Halliday,R.Resnick,J.Walker: *Podstawy fizyki,* t.1.
B.Oleś: *Wykłady z fizyki* , Wydawnictwo PK.
A.Januszajtis: *Fizyka dla politechnik*, t.1.