Ćwiczenia 8

Informatyka, semestr 1, 2011/12

Na każde zajęcia proszę przynosić notatki z wykładów!

1. Elementy szczególnej teorii względności. Efekty szczególnej teorii względności

Uważnie przeczytaj wykład 6 i 7. Spróbuj samodzielnie zrobić przykłady z wykładu, a następnie przystąp do rozwiązywania poniższych zadań.

Naucz się wzorów na: dylatacje czasu, skrócenie Lorentza i transformacje Lorentza współrzędnych.

Metoda rozwiązywania zadań:
1.Uważnie przeczytaj temat i zastanów się, jaki efekt w zadaniu należy uwzględnić: dylatację czasu, skrócenie Lorentza, czy względność równoczesności zdarzeń oddalonych.
2. Ustal, w którym układzie odniesienia ten efekt będzie występować, a w którym mierzony jest czas własny, długość własna.
3. Zastosuj odpowiednie wzory. Do obliczeń zawsze podstawiaj wartość prędkości wyrażoną w jednostkach *c*, nie przeliczaj na metry czy kilometry!

1. a. Wyprowadź wzór na skrócenie Lorentza wychodząc ze wzorów na transformację Lorentza dla współrzędnych. Pamiętaj, że pomiar obu końców linijki, która porusza się względem obserwatora musi być przez niego wykonany równocześnie. b. Wytłumacz za pomocą skrócenia Lorentza fakt obserwacji cząstek μ przy powierzchni Ziemi, mimo że powstają na wysokości ok. 8 km, a średni czas ich życia τ=2,2 ·10^{-6} s jest za krótki, aby poruszając się z prędkością υ=0,996*c* przebyły tę odległość.

2. Wyprowadź wzory na transformację współrzędnych prędkości z poznanej na wykładzie transformacji Lorentza.

3. Średni czas życia mezonu μ wynosi około 2·10^{-6}s. Przypuśćmy, że na pewnej wysokości w atmosferze została wytworzona duża liczba mezonów i poruszają się one ku Ziemi z prędkością υ = 0,99*c*. Liczba zderzeń z atomami atmosfery jest niewielka. Załóżmy, że do powierzchni Ziemi dociera tylko 1% początkowo kreowanych mezonów. Ocenić wysokość, na której one powstają. (W układzie odniesienia związanym z mezonami μ liczba cząstek, które pozostają po czasie *t*, jest dana wzorem $N(t) = N(0)\exp(-t/\tau)$, gdzie τ jest średnim czasem życia, *N*(0) – początkową liczbą cząstek.)

4. Dwie rakiety A i B, każda o długości 100m, poruszają się ku sobie wzdłuż osi *x*, ze stałymi prędkościami v_A =0,6*c* oraz v_B =0,8*c* mierzonymi względem układu odniesienia związanego z osią *x*. Oblicz: a. względną prędkość obu rakiet, b. długość rakiety A, jaką zmierzy obserwator z rakiety B.

5. Statek kosmiczny Jacka o długości własnej l_0= 230m mija ze stałą prędkością względną υ Agatę, która znajduje się w punkcie A. Stwierdza ona, że statek Jacka mija ją (od punktu B do punktu C) w czasie 3,57μs. Ile wynosi względna prędkość υ Agaty i statku kosmicznego (w jednostkach *c*)?

2. Pęd relatywistyczny. Energia relatywistyczna. Równoważność masy i energii

1. a. Udowodnij, że zachodzi relacja:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 .$$

b. Udowodnij, że druga zasada dynamiki dla siły relatywistycznej

$$\frac{d}{dt}[m\vec{v}\gamma] = \vec{F}$$

da się sprowadzić do postaci:

$$\vec{F} = m\gamma\vec{a} + \frac{\vec{v}}{c^2}(\vec{F}\cdot\vec{v})$$

m jest tu masą spoczynkową.

2. Średni czas życia spoczywających mionów wynosi 2,2μs. Pomiary wykonane w laboratorium dla wiązki mionów z akceleratora cząstek wykazały, że średni czas życia mionów był równy 6,9μs. Ile wynosi w układzie związanym z laboratorium: a. prędkość mionów, b. ich energia kinetyczna i pęd? Masa mionu jest 207 razy większa od masy elektronu.

3. Jaś, prowadzący badania na Księżycu, obserwuje statek kosmiczny poruszający się względem niego z bardzo dużą prędkością i zauważa, że zegar na jego pokładzie idzie wolniej o czynnik 1,50. Oblicz pęd i energię kinetyczną zegara, jeśli jego masa spoczynkowa jest równa 0,320 kg.

4. Wartość pędu relatywistycznego i całkowita energia relatywistyczna cząstki poruszającej się w polu magnetycznym (prostopadłym do wektora prędkości) jest zachowana. Na cząstka o masie spoczynkowej m i ładunku q poruszającą się w polu magnetycznym o indukcji magnetycznej $\vec{B}$ działa siła $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. W stałym polu, prostopadłym do prędkości cząstki $\vec{v}$, porusza się ona po orbicie kołowej. Korzystając z drugiego prawa Newtona (wynik zadania 1) pokaż, że częstotliwość ruchu orbitalnego cząstki jest dana w przypadku relatywistycznym wzorem:

$$f = \frac{qB}{2\pi m}\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

5. Małgosia siedzi w wagonie pociągu poruszającego się z szybkością relatywistyczna. Nagle z obu końców wagonu jednocześnie wybiegają ku niej myszy. Jaś stojący na peronie stwierdza, że myszy wybiegły jedna po drugiej w odstępie 6,0 μs. a. Z jakim zjawiskiem mamy tu do czynienia? b. Oblicz pęd i energię kinetyczną wagonu, wiedząc, że jego masa spoczynkowa wynosi 12,0 ton.

6. Cząstka o masie spoczynkowej m, poruszająca się z szybkością $v = 0{,}8c$ zderza się niesprężyście ze spoczywającą cząstką o takiej samej masie. a. Ile wynosi prędkość utworzonej złożonej cząstki? b. Ile wynosi jej masa spoczynkowa? Wskazówka: zapisz zasadę zachowania pędu relatywistycznego i zasadę zachowania całkowitej energii dla zderzenia.

Na następne zajęcia proszę zrobić powyższe zadania oraz nauczyć się materiału z wykładu 6 i 7. Bardzo przystępnie (z przykładami) zagadnienia z mechaniki relatywistycznej omówione są w podanych poniżej pozycjach literatury.

Literatura

D.Halliday,R.Resnick,J.Walker: *Podstawy fizyki,* t.4. (podręcznik polecany – z niego są zaczerpnięte niektóre tematy zadań)

B.Oleś: *Wykłady z fizyki* , Wydawnictwo PK