

### 3. Fale akustyczne

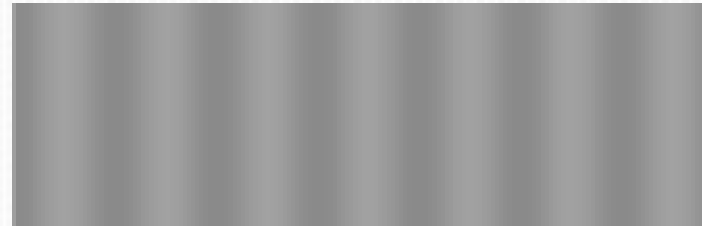
*dźwięk? co  
to takiego?*

Falami akustycznymi (dźwiękowymi) nazywamy fale sprężyste rozchodzące się w dowolnym ośrodku i charakteryzujące się częstotliwościami z przedziału od 16 do 20 000Hz. Takie fale docierając do ludzkiego ucha wywołują wrażenie dźwięku.

Fale o częstotliwościach mniejszych od 16 Hz to infradźwięki, o wyższych od 20kHz – ultradźwięki.

Źródłami fal akustycznych są drgające pręty, struny, membrany, słupy powietrza, ogólnie: ciała sprężyste pobudzone do drgań za pomocą zewnętrznych bodźców.

Rozchodząca się w ośrodku fala akustyczna jest **falą podłużną**.



Cząsteczki ośrodka wykonują drgania w kierunku ruchu fali, w wyniku czego powstają następujące po sobie obszary zwiększonego i obniżonego ciśnienia, czyli jego zagęszczenia i rozrzedzenia.

## 3.1. Prędkość fali akustycznej

Przypomnijmy - prędkość fal mechanicznych w ośrodku:

$$v = \sqrt{\frac{\text{własności sprężyste}}{\text{bezwładność}}}$$

Prędkość fali akustycznej w ciele stałym zależy od własności sprężystych ośrodka, które charakteryzuje moduł Younga  $E$  oraz od gęstości  $\rho = m/V$ :

$E$  - stosunek naprężenia  $\sigma = F/S$  do względnej zmiany długości wywołanej takim naprężeniem:  $E = \sigma l / \Delta l$

W cieczach i gazach prędkość dźwięku zależy od ściśliwości (sprężystości objętościowej) ośrodka, którą charakteryzuje moduł ściśliwości  $B$  oraz bezwładności ośrodka i charakteryzującej ją gęstości  $\rho$ :  $v = \sqrt{B / \rho}$

$B$  - stosunek przyrostu ciśnienia do względnej zmiany objętości wywołanej taką zmianą ciśnienia:  $B = -V \Delta p / \Delta V$



<http://www.pbase.com/tjny/disney/>  
and

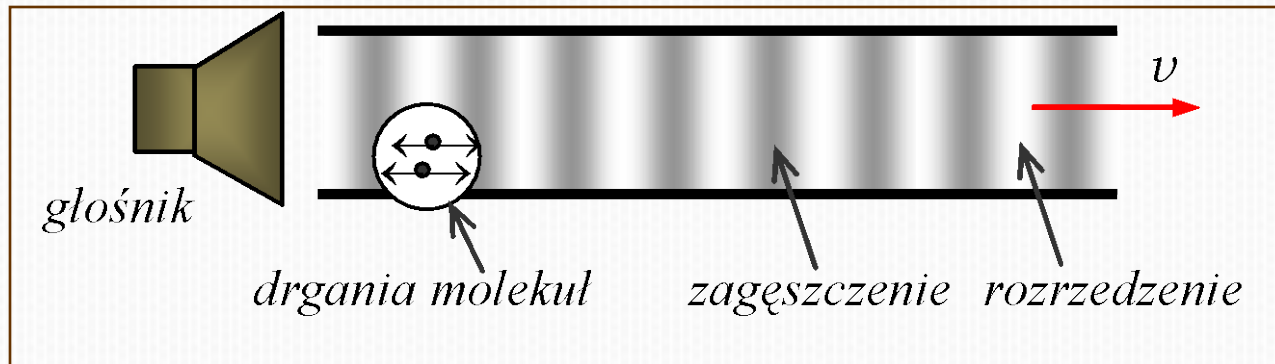
## 3.2. Natężenie fali akustycznej

Falę dźwiękową można traktować jako **falę ciśnieniową**, przesuniętą o  $90^\circ$  względem fali przemieszczeń  $\psi(x,t)$ , np. dla  $\psi(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\pi)$  :

$$\Delta p = \Delta p_m \sin(kx - \omega t), \quad \Delta p_m = \rho \omega v A, \quad (\text{amplituda ciśnienia})$$

(gdzie  $k = 2\pi/\lambda$  – liczba falowa,  $\omega = 2\pi f$  - częstość kołowa)

$\psi(x,t)$  – przemieszczenie względem położenia równowagi  $x$ , w chwili  $t$ , w kierunku propagacji fali,  $\Delta p$  - zmiana ciśnienia w  $x$  w chwili  $t$ .



**Natężenie fali**  $I$  to średnia moc  $P_{\acute{s}r}$  przenoszona przez jednostkowy element powierzchni  $S$  ustawiony prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali:

$$I = P_{\acute{s}r} / S, \quad P_{\acute{s}r} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v,$$

Dla fali akustycznej:  $v = \sqrt{B / \rho}$  ( $B$  - moduł ściśliwości,  $\rho$  - gęstość)

i dostajemy  $I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$  **natężenie harmoniczej** fali dźwiękowej

Ze względu na szeroki zakres natężeń, na który reaguje ludzkie ucho w akustyce wprowadza się **poziom natężenia fali akustycznej**  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \log \frac{I}{I_0}$$

**Próg słyszalności** – natężenie najśłabszego dźwięku:  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Jednostką jest 1B (bel) i  $1\text{dB} = 0,1\text{B}$ .

Szkodliwy hałas powyżej 85dB.



### 3.3. Odbieranie dźwięków przez ludzkie ucho

Wrażenia słuchowe wywołane przez fale akustyczne:

✚ Szmary, huki, za które odpowiedzialne są fale nieperiodyczne,

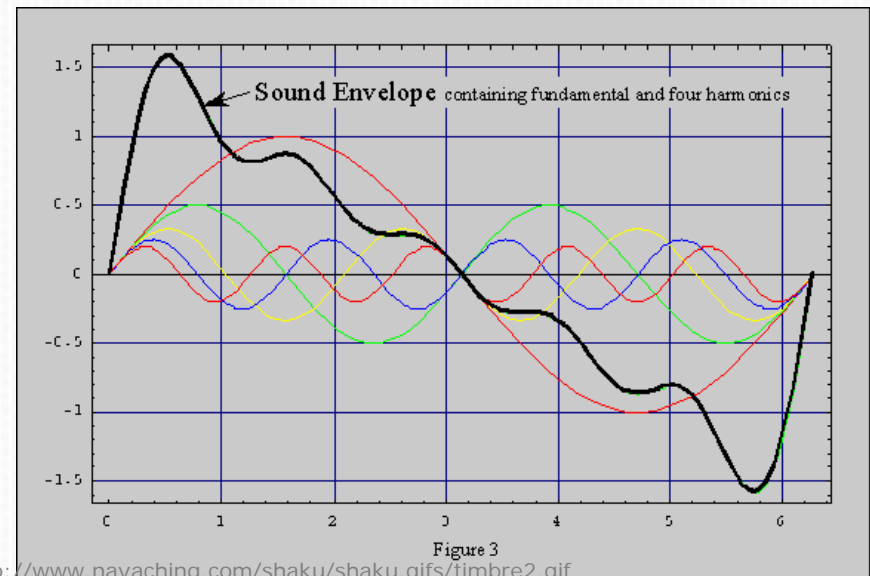


✚ Tony, wywoływane przez fale harmoniczne o określonej częstotliwości, np. drgający kamerton,



[http://i.ehow.com/images/GlobalPhoto/Articles/4866933/147739-main\\_Full.jpg](http://i.ehow.com/images/GlobalPhoto/Articles/4866933/147739-main_Full.jpg)

✚ dźwięki, za które odpowiedzialne są okresowe fale niesinusoidalne będące złożeniem pewnej liczby tonów.



## Słyszalne dźwięki charakteryzują się:

- **wysokością**, którą jest związana z częstotliwością drgań, (fale harmoniczne o określonej częstotliwości noszą nazwę **tonów**)
- **głośnością** dźwięku zależną od energii niesionej przez fale akustyczne, czyli natężenia dźwięku oraz jego częstotliwości.

Głośność to subiektywne odczucie natężenia dźwięku. Ale przy stałym natężeniu dźwięki niskie i wysokie wydają się cichsze niż dźwięki o średniej częstotliwości (2 - 4 kHz). Ma to bezpośredni związek z czułością ucha, które w tym zakresie wykazuje największą wrażliwość.

- **barwą dźwięku**, o której decyduje **widmo akustyczne**, czyli charakterystyczne dla danego źródła dźwięku nakładanie się na podstawowe drgania harmoniczne (mod podstawowy) drgań harmonicznnych o większych częstotliwościach (zestaw tonów).

Gdy na różnych instrumentach grana jest ta sama nuta, której odpowiada pewna częstotliwość podstawowa, to już wyższe harmoniczne tych instrumentów będą się różnić natężeniami. Stąd powstające fale wypadkowe różnią się między sobą brzmieniem i możliwe jest rozróżnienie wysyłających je instrumentów.



## 3.4. Efekt Dopplera

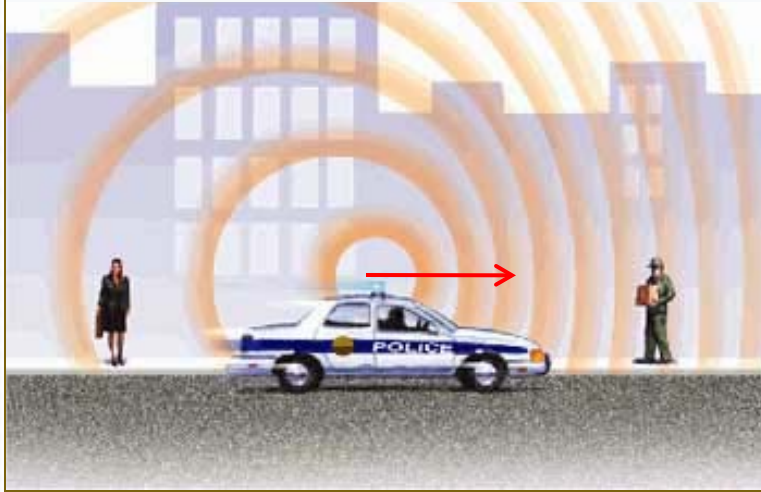


Jedziesz samochodem i nagle rozlega się dźwięk syreny samochodu policyjnego. Skąd nadjeżdża? Jest za tobą, czy przed? Można zorientować się po wysokości dźwięku.

Kiedy źródło dźwięku i odbiornik poruszają się względem siebie obserwujemy zjawisko zmiany częstotliwości dźwięku, zwane **efektem Dopplera**.

Źródło wysyła fale dźwiękowe o częstotliwości  $f_0 = 1/T_0$  i długości  $\lambda_0$  poruszające się z szybkością  $v$ .

Rozpatrujemy przypadek, gdy źródło i odbiornik poruszają się względem siebie wzdłuż łączącej je prostej.



Gdy źródło porusza się względem obserwatora (odbiornika) z szybkością  $u_z$ , to podczas jego zbliżania do obserwatora docierają fale o długości:

$$\lambda = \lambda_0 - u_z T_0$$

(ponieważ odległość między kolejnymi powierzchniami falowymi maleje o  $u_z T$ )

Czas, po którym kolejna powierzchnia falowa dotrze do odbiornika jest krótszy i wynosi  $T$ .

$$\lambda = vT = v/f, \quad \lambda_0 = vT_0 = v/f_0$$

$$\frac{v}{f} = \frac{v}{f_0} - \frac{u_z}{f_0}, \quad \rightarrow$$

$$f = f_0 \frac{v}{v - u_z}$$

Odbierana częstotliwość dźwięku rośnie.

Gdy źródło się oddala, częstotliwość maleje.

$$f = f_0 \frac{v}{v + u_z}$$

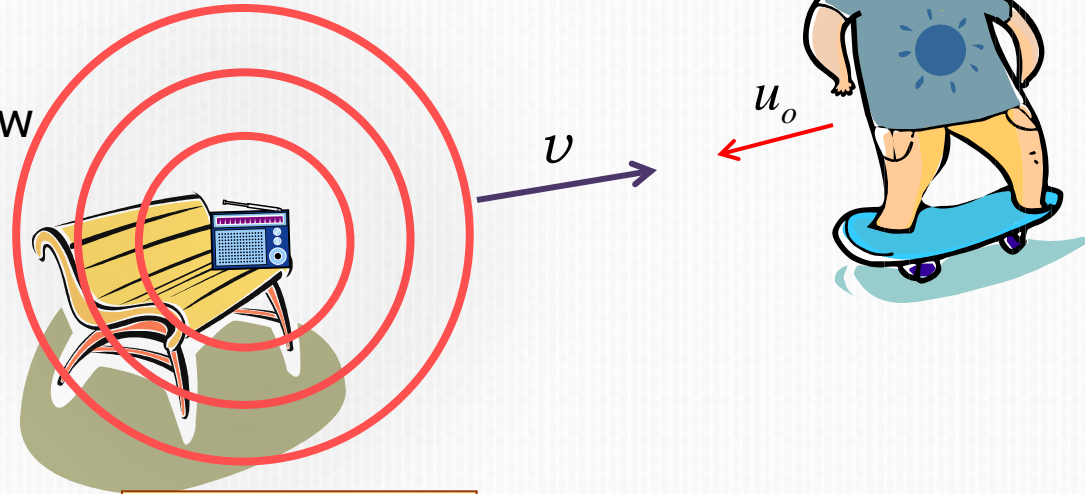


Dla obserwatora poruszającego się w kierunku źródła dźwięku ma większą prędkość względną:

$$v' = v + u_o$$

i rejestruje on więcej maksimów fal niż będąc w spoczynku.

Stąd wysokość docierającego dźwięku jest dla niego wyższa niż rzeczywista:



$$f = \frac{v'}{\lambda_0} = \frac{v + u_o}{\lambda_0}, \rightarrow f = \frac{v + u_o}{v} f_0,$$

Dla obserwatora oddalającego się od źródła dźwięku:

$$f = \frac{v - u_o}{v} f_0,$$

Przy wzajemnym ruchu źródła dźwięku i obserwatora z powyższych wzorów dostaniemy:

$$f = \frac{v \pm u_o}{v \mp u_z} f_0,$$

(Górne znaki odnoszą się do zbliżania, dolne do oddalania źródła i obserwatora.)

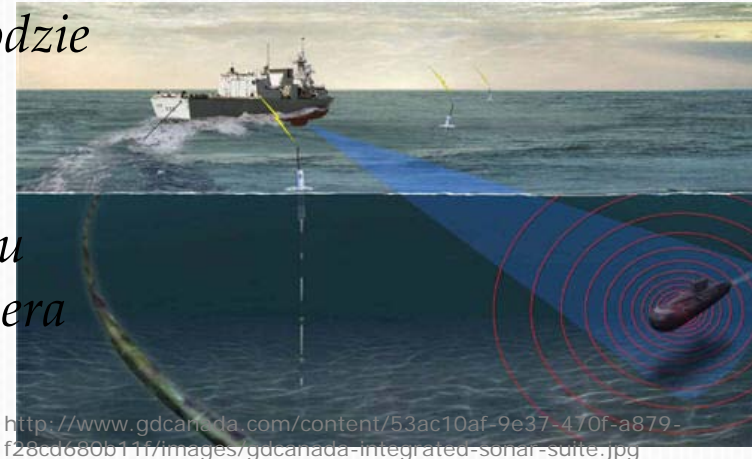
Efekt Dopplera dla fal dźwiękowych jest określony przez prędkość ruchu źródła i odbiornika względem ośrodka, w którym rozchodzi się dźwięk.

## Zastosowania efektu Dopplera

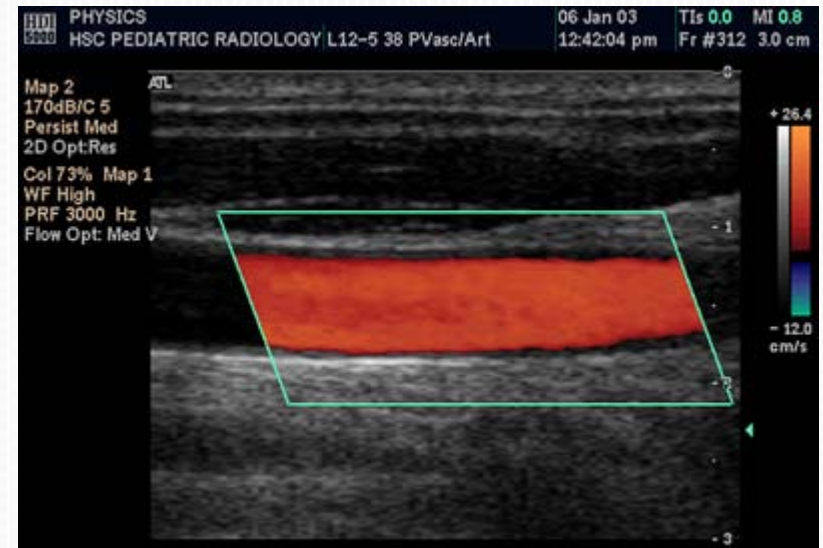
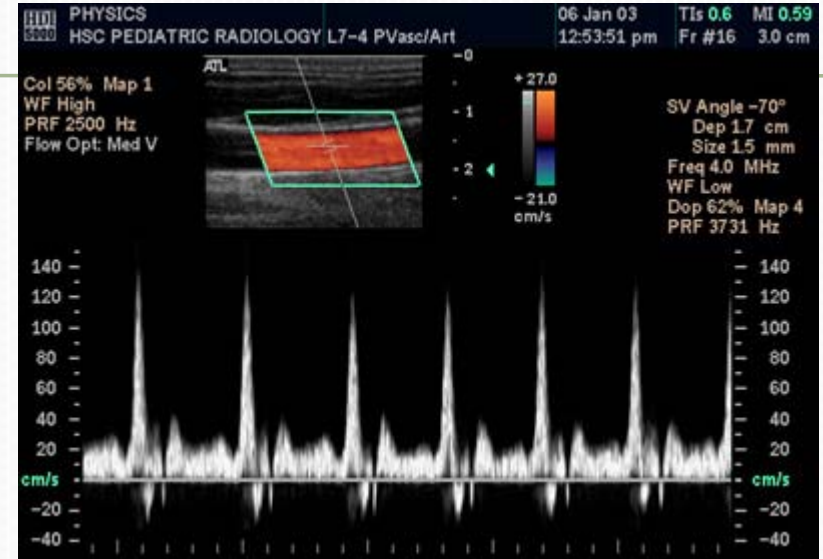
*Akustyczny prędkościomierz (acoustic Doppler velocimeter - ADV) mierzy prędkości przepływu cieczy, wykorzystując przesunięcie dopplerowskie pomiędzy długością fali wystanej i odbitej od cząsteczek poruszających się w strumieniu cieczy.*

*W głębinach morskich, gdzie nie dociera światło, łodzie podwodne używają urządzeń zwanych sonarami, pozwalających im orientować się w otoczeniu.*

*Fale akustyczne, emitowany przez sonar, po odbiciu od obiektu powracają. Wykorzystanie efektu Dopplera pozwala dodatkowo określić jego prędkość.*



*Zastosowanie ultradźwięków i efektu Dopplera w medycynie –  
USG do badanie przepływu krwi.*



## 3.5. Dudnienia

Co zaobserwujemy wzbudzając do drgań dwa kamertony o różnych częstościach ?

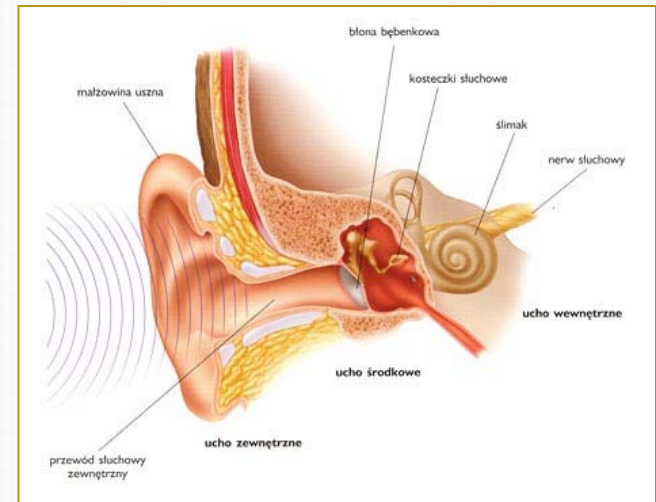
$$\begin{aligned}\psi &= \psi_1(x, t) + \psi_2(x, t) = \\ &= A_1 \sin(kx - \omega_1 t) + A_2 \sin(kx - \omega_2 t + \alpha),\end{aligned}$$



Każdy z nich emituje ton, który rozprzestrzenia się w postaci fali głosowej i dociera do naszego ucha. Drgania błony bębenkowej są superpozycją dwu drgań harmonicznycch:

$$x_{wyp} = x_1(t) + x_2(t) = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t + \alpha).$$

Usłyszymy **dudnienia**, czyli okresowe zwiększanie się i zmniejszanie głośności, gdy dwa tony o zbliżonych częstościach brzmią jednocześnie.



Rozważmy superpozycję dwu drgań harmonicznycch o jednakowym kierunku i zbliżonych częstościach  $\omega_1$  i  $\omega_2$ .

*Dla uproszczenia przyjmujemy jednakowe amplitudy i fazy obu drgań równe zero.*

$$x_{wyp} = x_1(t) + x_2(t) = A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = 2A \sin \left[ \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right] \cos \left[ \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right],$$

$$\omega_{sr} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \omega_{mod} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2},$$

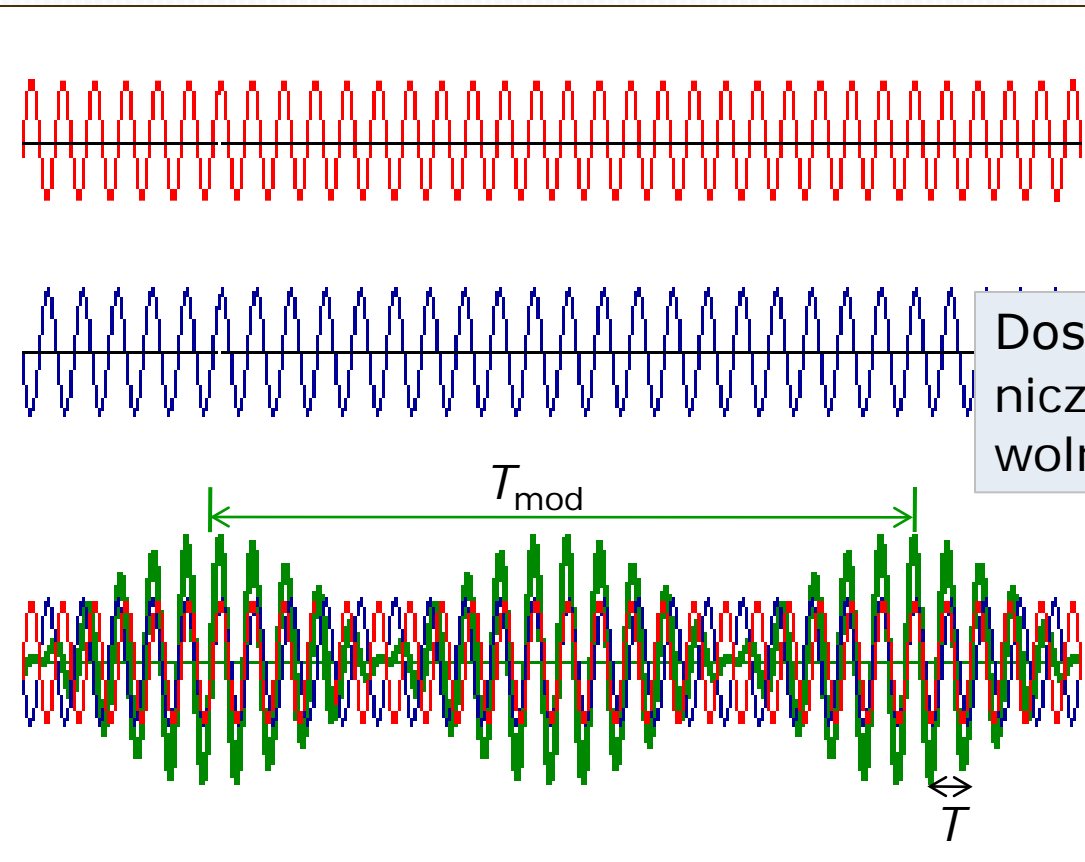
$$x = [2A \cos \omega_{mod} t] \sin \omega_{sr} t.$$

Dostaliśmy równanie drgania harmonicznego o częstości  $\omega_{sr}$  i pulsującej, wolnozmienniej amplitudzie:

$$x_{mod}(t) = 2A \cos \omega_{mod} t.$$

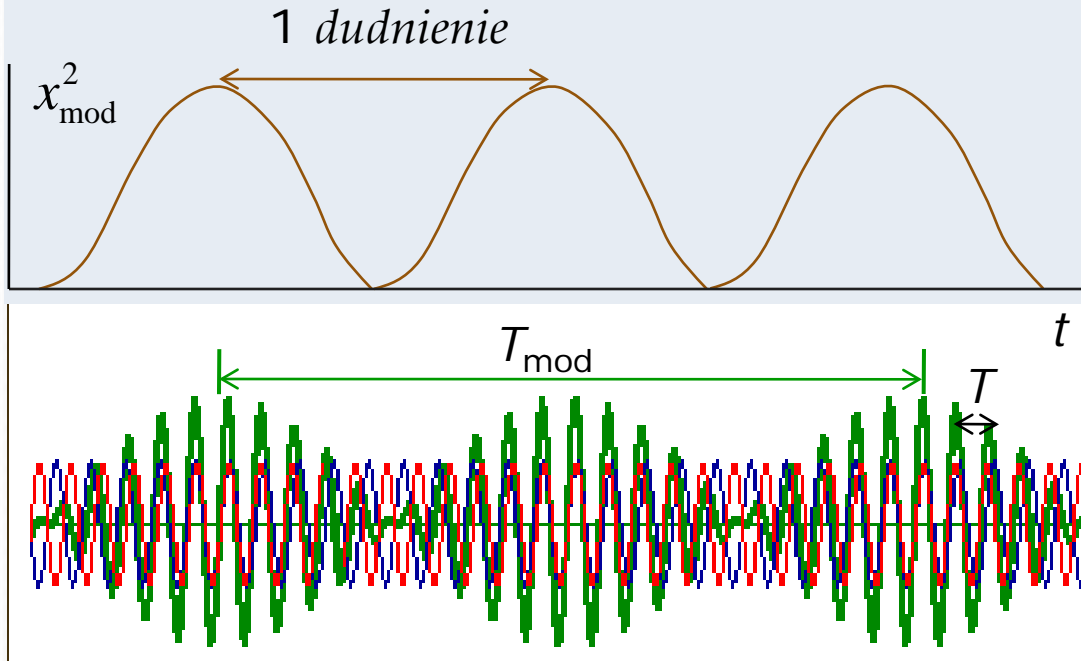
$$T = 2\pi / \omega_{sr} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2},$$

$$T_{mod} = 2\pi / \omega_{mod} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2},$$



Nasze ucho rejestruje kwadrat amplitudy, czyli:

$$x_{\text{mod}}^2(t) = 4A^2 \cos^2 \omega_{\text{mod}} t.$$



Częstość powtarzania się maksymalnego natężenia dźwięku – **częstość dudnień** - jest dwukrotnie większa od częstości modulacji:

$$\omega_{\text{dud}} = 2\omega_{\text{mod}} = \omega_1 - \omega_2,$$

Nasze ucho potrafi rozróżnić dwa dźwięki docierające do niego równocześnie, jeśli różnią się częstotliwościami więcej niż o 6% ich średniej wartości.

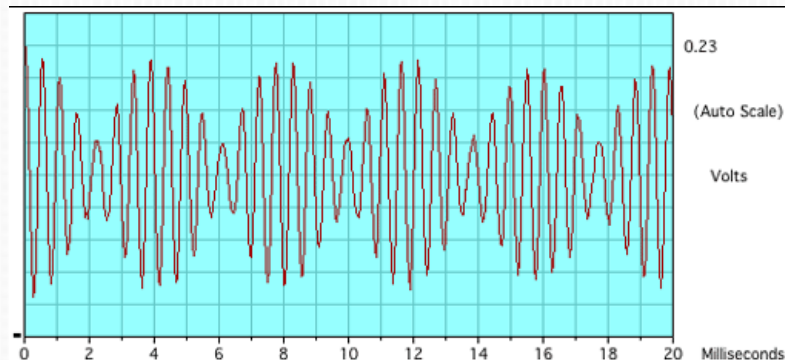
Jeśli różnią się o mniej niż o 10 Hz raczej nie zarejestrujemy ich w postaci odrębnych tonów, lecz jako pojedynczy dźwięk o częstotliwości  $f_{\text{sr}}$  i wolnozmiennnej amplitudzie.

Lecąc samolotem można często słyszeć fluktuujący dźwięk – są to dudnienia wywołane nakładaniem się dźwięków od dwu silników, których częstotliwości niewiele się różnią.



## Wykorzystanie dudnień

- przy strojeniu instrumentów muzycznych.
- w angielskim gwizdku policyjnym (posiadającym dwie piszczałki!).





# III. WYBRANE ZAGADNIENIA Z ELEKTRODYNAMIKI. FALE ELEKTROMAGNETYCZNE



# 1. Pole elektryczne

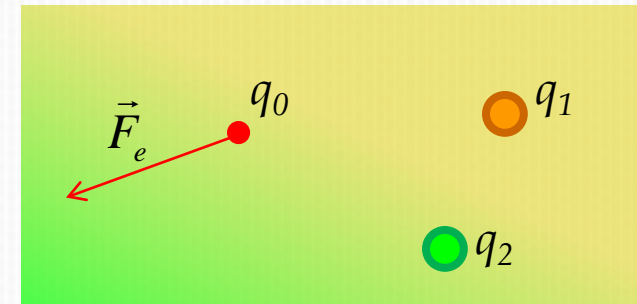
Ładunek elektryczny  $q$ , podobnie jak masa, jest własnością cząstek materialnych.

1C (kulomb) - jednostka ładunku

Występujące w przyrodzie ładunki (dodatnie lub ujemne) są **skwantowane**, tj. są wielokrotnością **ładunku elementarnego**  $e=1,602 \cdot 10^{-19}\text{C}$  (elektron posiada ładunek  $-e$ , proton  $+e$ )

Ładunki są źródłami **pola elektrycznego**.

W przestrzeni, w której istnieje pole elektryczne na umieszczony w niej ładunek  $q_0$  działają siły pola  $\vec{F}_e$  pochodzące od wytwarzających je ładunków.



Definiujemy **natężenie pola elektrycznego**:

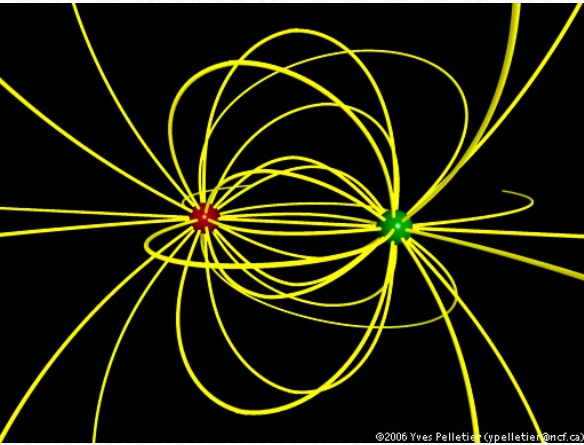
$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_e}{q_0}, \quad \text{Jednostka } E - 1\text{N/C}=1\text{V/m (volt/metr)}$$

gdzie  $q_0$  jest **ładunkiem próbnym**, dodatnim i tak małym, że nie zakłóca rozkładu pola.

Generator Tesli wytwarza olbrzymi ładunek elektrostatyczny, a wokół niego pole elektryczne.



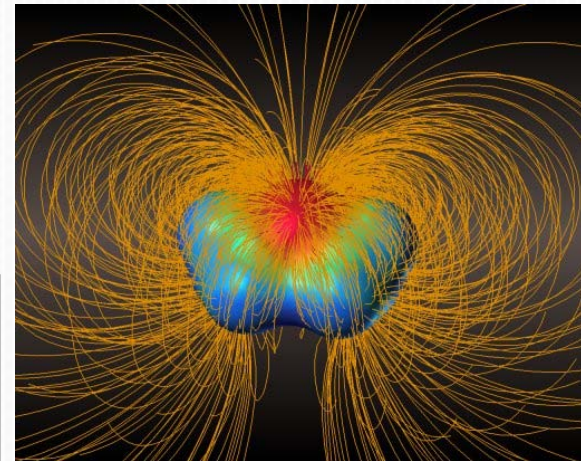
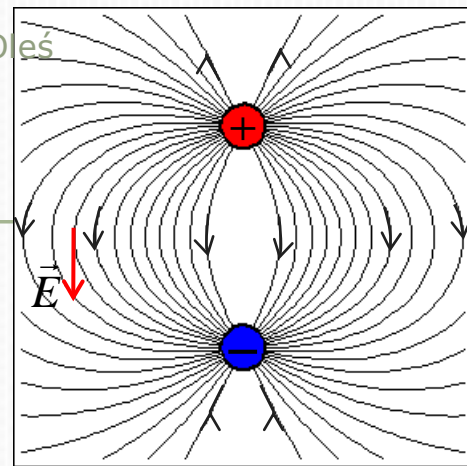
Graficznie przedstawiamy rozkład natężenia pola elektrycznego za pomocą linii pola elektrycznego.



*Rozkład natężenia pola elektrycznego od dwu ładunków  $+q$  i  $-q$ . Wektor natężenia pola jest w każdym punkcie styczny do linii pola.*

*Wizualizacja pola elektrycznego wokół molekuly organicznej.*

B. Oleś



Siła oddziaływania elektrostatycznego między dwiema ładunkami  $q_1$  i  $q_2$  znajdującymi się w odległości  $r$  od siebie dana jest **prawem Coulomba**

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r},$$

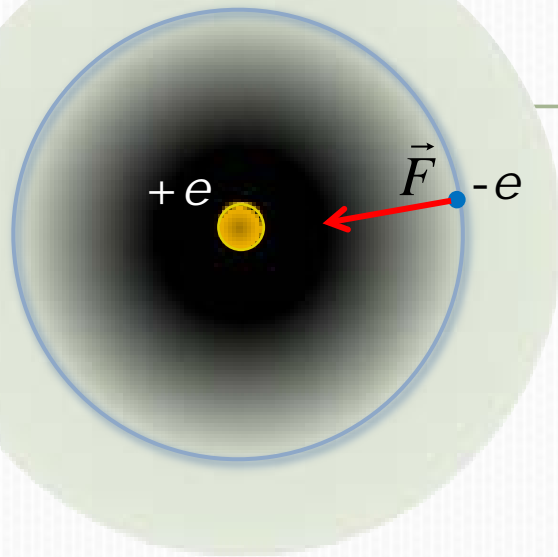
gdzie  $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$  - stała elektrostatyczna,  
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$  - przenikalność elektryczna próżni.

Mamy tu do czynienia z III zasadą dynamiki:  
każda cząstka oddziałuje na drugą siłą o takiej samej wartości.

*Ładunki przeciwnego znaku przyciągają się.*

*Ładunki jednoimienne odpychają się.*

## Atom wodoru



Oddziaływanie kulombowskie występuje pomiędzy elektronem i protonem w atomie wodoru.

$$\vec{F}_C = k \frac{(+e)(-e)}{r^2} \hat{r}.$$

Ujemny elektron i dodatni proton poruszają się pod wpływem wzajemnego przyciągania kulombowskiego i są ze sobą związane poprzez to oddziaływanie:

$$m\vec{a}_{\text{doś}} = \vec{F}_C, \quad \rightarrow \quad m \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}, \quad \star$$

Z takiego równania ruchu dostaje się niepoprawną wartość promienia orbity elektronu i nie można wytłumaczyć widma atomu wodoru.

Bohr założył, że istnieją tylko pewne dozwolone orbity elektronu. Poruszając się po nich elektron posiada **skwantowany moment pędu**, tzn. że może przyjmować tylko pewne wartości:

$$\star \star \quad |\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = nh/(2\pi), \quad n = 1, 2, \dots$$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  - stała Plancka,  $n$  - liczba kwantowa

A wówczas z  $\star, \star\star$  promień orbity:

$$r_n = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 m k e^2}.$$

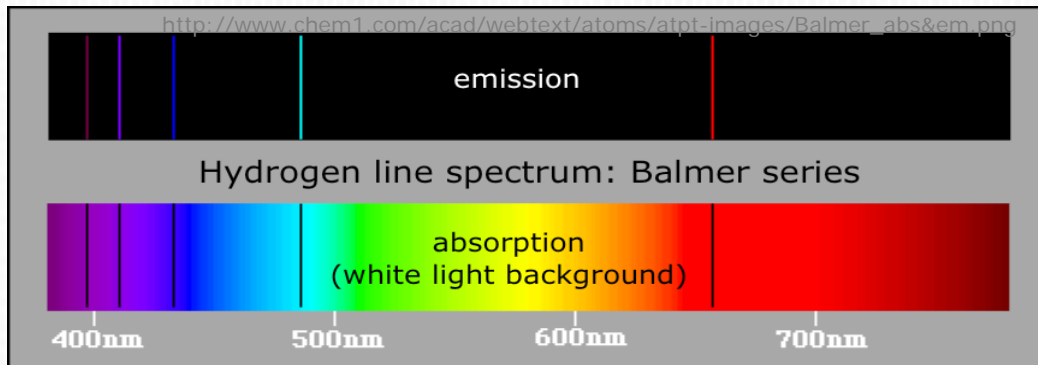


Energia elektronu na dozwolonej orbicie jest również skwantowana:

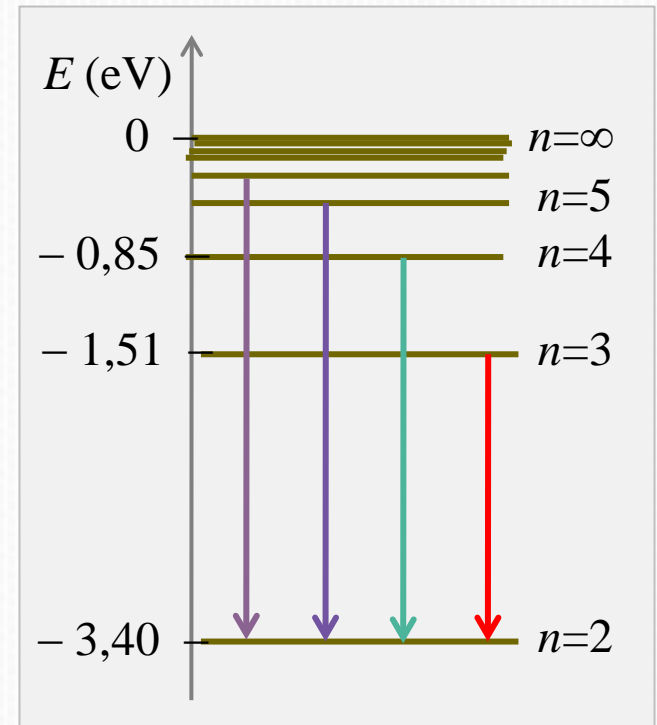
$$E_n = \frac{mv^2}{2} + k \frac{(+e)(-e)}{r} = -k \frac{e^2}{2r_n} = -\frac{4\pi^2 k^2 m e^4}{2h^2} \frac{1}{n^2}.$$

Przechodząc do stanu o niższej energii elektron oddaje nadmiar energii - obserwowana jest linia widmowa o długości fali:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}.$$

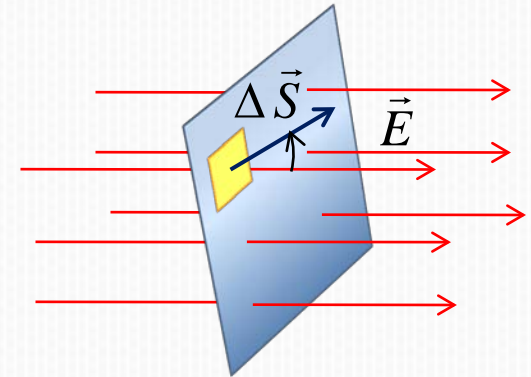


*Porównanie widma emisyjnego i absorpcyjnego wodoru (seria Balmera)*



## 1.1. Prawo Gaussa

Rozważmy element powierzchni  $\Delta S$  dostatecznie mały, aby w całym jego obszarze  $\vec{E} = \text{const}$  i wprowadźmy wektor  $\Delta \vec{S} = \Delta S \hat{n}$ , będący iloczynem elementu powierzchni  $\Delta S$  i wektora normalnego  $\hat{n}$  (jednostkowego wektora prostopadłego do  $\Delta S$ ).



Definiujemy **strumień natężenia pola elektrycznego przechodzący przez powierzchnię  $\Delta S$**  :

$$\Delta \Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta \vec{S} = E \Delta S \cos \alpha, \text{ gdzie } \alpha \text{ - kąt między wektorami } \vec{E} \text{ i } \hat{n}.$$

Całkowity strumień przez dowolną powierzchnię  $S$  będzie sumą takich strumieni  $\Delta \Phi_E$  :

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \Delta \Phi_{Ei} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{S}_i.$$

*Obliczmy strumień pola elektrycznego  
wytworzonego przez punktowy ładunek  $+q$ .*

Ładunek punktowy  $+q$  wytwarza pole elektryczne, którego natężenie jest dane zależnością:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}, \quad (\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} - \text{przenikalność elektryczna próżni})$$

Otoczmy ten ładunek sferą o promieniu  $R$ .

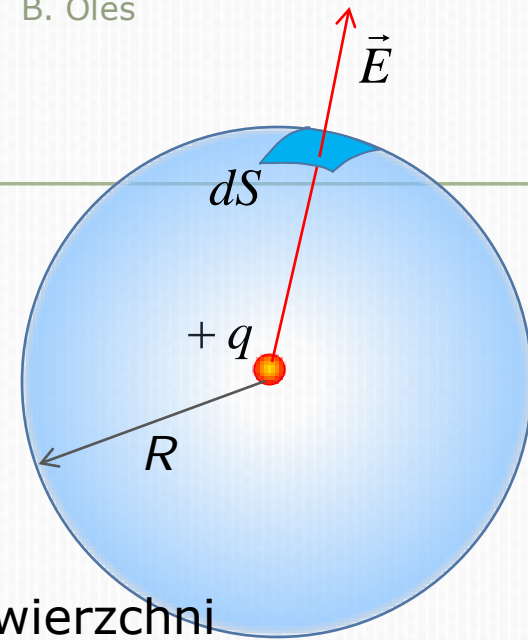
Ze względu na symetrię, w każdym punkcie na powierzchni sfery wektor  $\vec{E}$  jest do niej prostopadły i ma tę samą wartość.

Całkowity strumień przez powierzchnię sfery jest równy:

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = E \sum_{i=1}^n \Delta S_i = E \cdot 4\pi R^2,$$

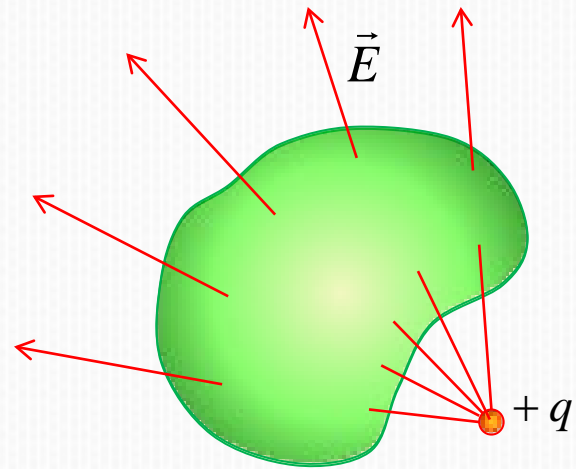
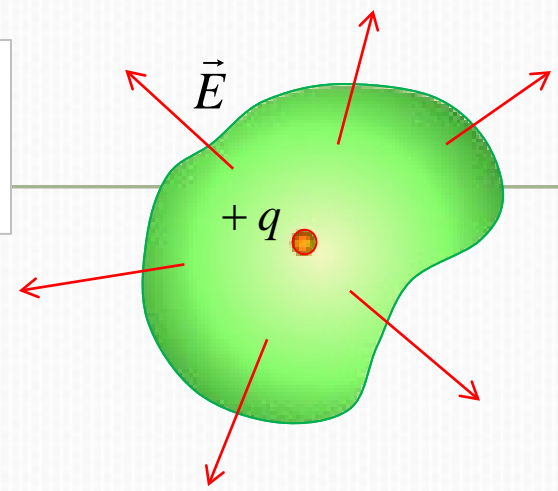
$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Dostaliśmy wynik, że całkowity strumień natężenia pola elektrycznego przez zamkniętą powierzchnię jest proporcjonalny do zawartego wewnątrz niej ładunku.



Okazuje się, że wybór hipotetycznej powierzchni otaczającej ładunek nie wpłynie na otrzymany wynik (najwyżej skomplikuje obliczenia):

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}.$$



Jeśli ładunek znajduje się poza rozważaną powierzchnią zamkniętą całkowity strumień przez tę powierzchnię jest równy zero:

$$\Phi_E = 0.$$

Prawo Gaussa: Całkowity strumień natężenia pola elektrycznego przez hipotetyczną zamkniętą powierzchnię jest równy wypadkowemu ładunkowi zamkniętemu wewnątrz niej, podzielonemu przez  $\epsilon_0$ .

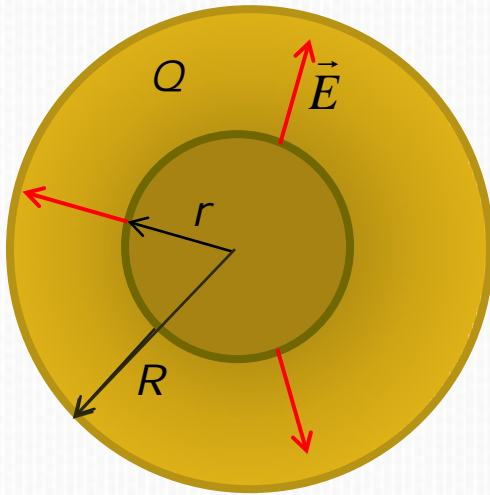
W granicy  $\Delta S \rightarrow 0$  sumowanie przechodzi w całkowanie po powierzchni:

$$\lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{S}_i = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S},$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Prawo Gaussa pozwala wyznaczyć natężenie pola elektrycznego  $E$ , jeśli rozkład ładunków cechuje pewna symetria.

**Przykład:** Zastosujemy prawo Gaussa do znalezienia natężenia pola wewnątrz kulistego rozkładu ładunku  $Q$ .



Wybieramy powierzchnię Gaussa o promieniu  $r < R$

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{S}_i = E \sum_{i=1}^n \Delta S_i = E \cdot 4\pi r^2,$$

Ładunek wewnątrz tej powierzchni:  $q(r) = Qr^3 / R^3$ ,

$$\Phi_E = \frac{q(r)}{\epsilon_0},$$

$$4\pi r^2 E = Qr^3 / \epsilon_0 R^3, \rightarrow$$

$$E(r) = \frac{Qr}{4\pi \epsilon_0 R^3}.$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}.$$

Podobnie postępujemy dla  $r > R$  i dostajemy:

Prawo Gaussa można sformułować również dla pola grawitacyjnego.



## 2. Pole magnetyczne

Źródłem pola magnetycznego są np. magnesy stałe oraz prądy elektryczne.

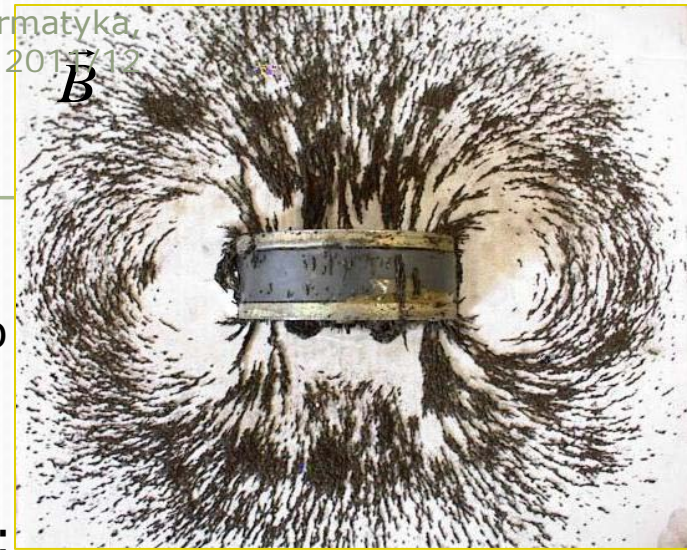
Podstawowym wektorem pola magnetycznego jest **wektor indukcji magnetycznej**  $\vec{B}$ .

Jeśli ładunek  $q$  porusza się z prędkością  $\vec{v}$  w polu magnetycznym, to działa na niego siła  $\vec{F}$ :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Siła Lorentza}$$

Powyższy wzór stanowi definicję wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$ .

Jednostką  $B$  jest 1 tesla:  $1\text{T} = 1\text{V}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$



Pole magnetyczne wywiera siłę tylko na poruszające się w nim ładunki. Oznacza to, że działa również na przewodniki z płynącym w nich prądem elektrycznym.

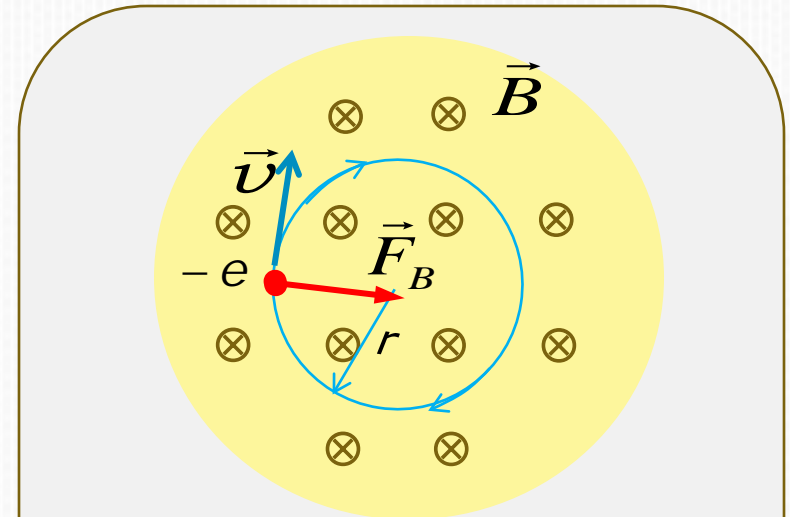
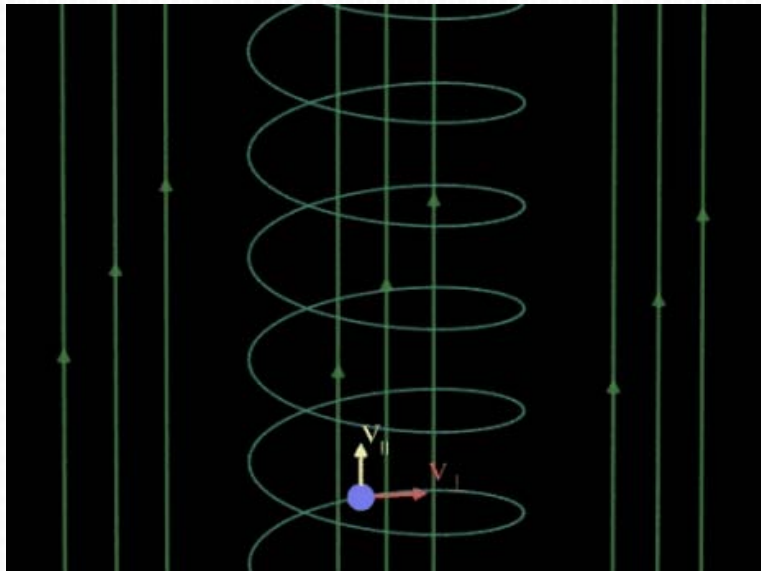
## 2.1. Ruch ładunku w polu magnetycznym

Naładowana cząstka porusza się w jednorodnym polu magnetycznym po linii śrubowej, jeśli wektor  $\vec{v}$  ma składową w kierunku wektora  $\vec{B}$ . Jeśli wektory te są do siebie prostopadłe, to torem jest okrąg.

Równanie ruchu, z którego wyznaczamy tor:

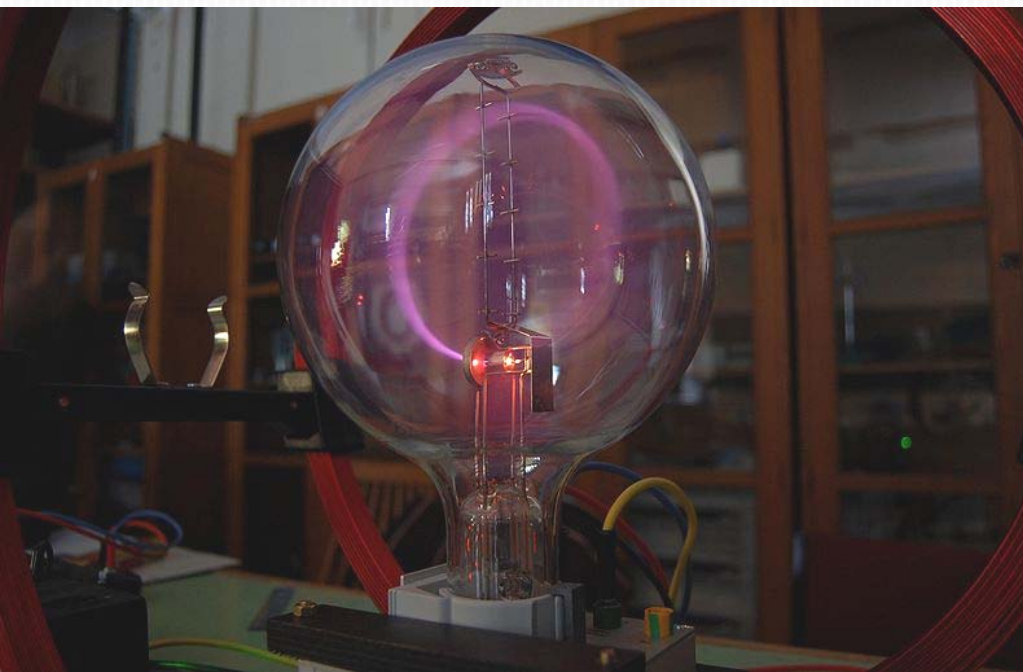
$$m\vec{a} = q\vec{v} \times \vec{B},$$

Ruch po linii śrubowej w jednorodnym polu magnetycznym:



Wektor prędkości prostopadły do  $\vec{B}$  - cząstka porusza się po okręgu.

$$\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow ma_{\text{doś}} = qvB \rightarrow r = mv/(qB).$$



Wiązka elektronów poruszająca się po orbicie kołowej w stałym polu magnetycznym. Świecenie wywołane jest wzbudzeniami atomów gazu w bańce.

W niejednorodnym polu magnetycznym cząstka może zostać uwięziona i poruszać się po linii śrubowej tam i z powrotem między obszarami silnego pola na obydwu końcach (tzw. **butelka magnetyczna**).

