

Wykładowca: **dr Barbara Oleś**



Telefon: 637 06 66 wew.41



e-mail: [pk.tutor@gmail.com](mailto:pk.tutor@gmail.com)

Instytut Fizyki PK, p.117



### *Plan wykładu:*

- 1. Podstawy mechaniki klasycznej.*
- 2. Drgania i zjawiska falowe. Akustyka.*
- 3. Wybrane zagadnienia z elektrodynamiki.*
- 4. Elementy optyki falowej.*
- 5. Wprowadzenie do fizyki współczesnej (szczególnej teorii względności i mechaniki kwantowej).*

### *Warunki zaliczenia przedmiotu:*

*Uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń rachunkowych oraz zdany egzamin (część pisemna i ustna).*

## *Podręczniki:*

1. D.Halliday,R.Resnick,J.Walker: **Podstawy fizyki**, PWN, Warszawa 2007.
2. I.W.Sawieliew: **Kurs fizyki**.
3. B. Oleś: **Wykłady z fizyki**, Wyd.PK, Kraków 2005.
4. A.K.Wróblewski: **Wstęp do fizyki**, t.1., PWN, Warszawa 1984.

## *Przypomnienie materiału z liceum:*

1. M.Fiałkowska, K.Fiałkowski, B.Sagnowska: Fizyka dla szkół ponadgimnazjalnych.
2. J.Salach, M.Fiałkowska, K.Fiałkowski, B.Sagnowska: Fizyka dla szkół ponadgimnazjalnych, treści rozszerzające, cz.1 i 2.

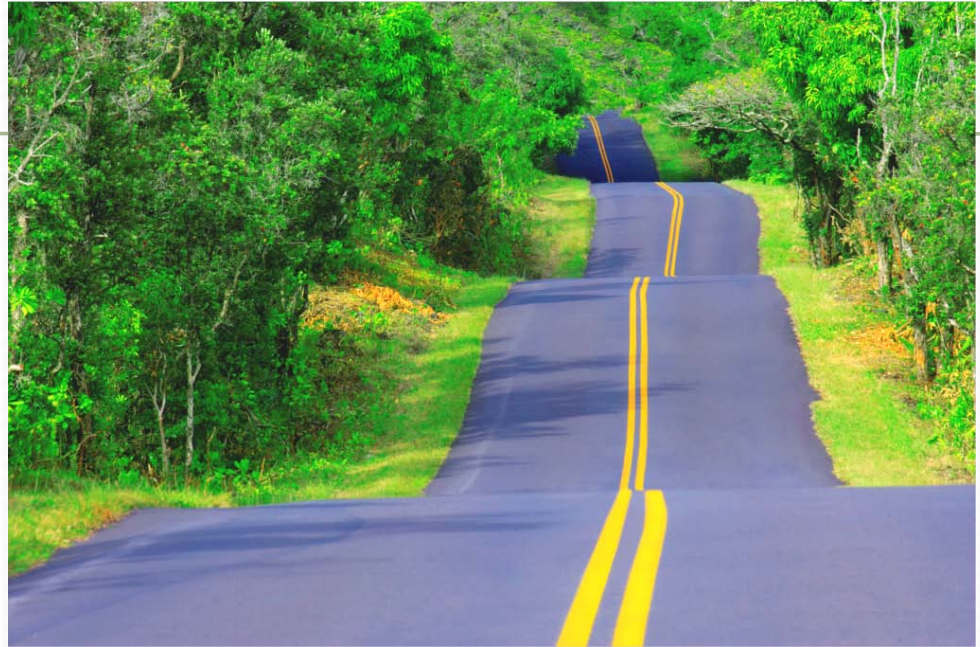
## Zaliczenie z ćwiczeń rachunkowych:

- ✚ Pozytywne oceny z dwóch kolokwii w semestrze (ew. pozytywna ocena z kolokwium zaliczeniowego na koniec semestru).
- ✚ Aktywność na ćwiczeniach mająca wpływ na ocenę końcową.  
(Studenci są zobowiązani do posiadania notatek z wykładów, przygotowania się do ćwiczeń na podstawie wykładów, rozwiązywania zadań i prowadzenia notatek.)
- ✚ W przypadku nieusprawiedliwionej nieobecności na ćwiczeniach istnieje obowiązek przedstawienia rozwiązań przerabianych na nich zadań.
- ✚ Dopuszczalne jest jednorazowe zgłoszenie nieprzygotowania.

**Obecność na wykładach** obowiązkowa - będzie sprawdzana obecność!

**Egzamin** składa się z części pisemnej (4 zagadnienia do opracowania w ciągu 2h) oraz z części ustnej. Osoby, które uzyskają z części pisemnej ocenę db, pdb i bdb są zwolnione z części ustnej, z wyjątkiem sytuacji, gdy chciałyby tę ocenę poprawić.

Twoja droga do sukcesu ...



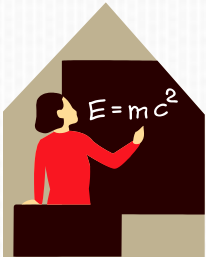
... czyli do zaliczenia fizyki wiedzy poprzez

1. *Uczęszczanie na zajęcia i konsultacje*
2. *Systematyczną naukę*
3. *Korzystanie z konsultacji*
4. *Uczestnictwo w **zajęciach wyrównawczych**.*

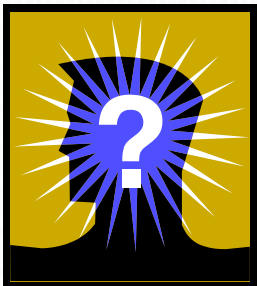
# uwagi



Jeśli pojawi się ten znak, należy zapisać komentarz ustny.



Zawsze przepisuj obliczenia i notatki z tablicy!



Nie rozumiesz? Podejrzewasz, że coś jest błędnie zapisane?

**Pytaj! Aktywność jest mile widziana!**





# WSTĘP

[nrl.navy.mil/EL/research/surfwave](http://nrl.navy.mil/EL/research/surfwave)

*Fale morskie*



[www.compadre.org/informal](http://www.compadre.org/informal)

*Zorza polarna*



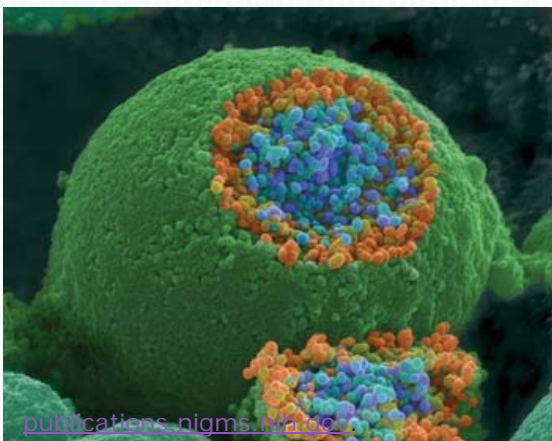
Barbara Oleś, PK, WIEiK  
Informatyka 2011/12

[www.compadre.org/informal](http://www.compadre.org/informal)

*Lewitacja magnesu nad nadprzewodnikiem*

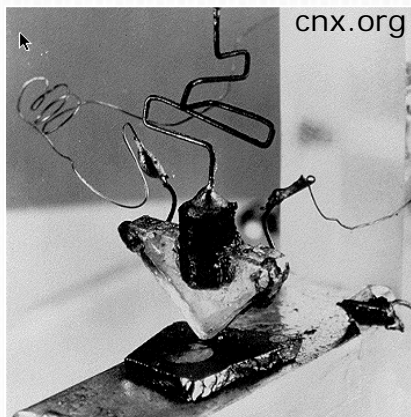
Fizyka jest nauką przyrodniczą zajmującą się badaniem właściwości materii i zjawisk w otaczającym nas świecie.

Wyniki badań fizycznych uzyskane w laboratoriach wcześniej lub później znajdują zastosowanie praktyczne.



[publications.nigms.nih.gov](http://publications.nigms.nih.gov)

*Zakończenie nerwu –zdjęcie z elektronowego mikroskopu skaningowego*



*1947 r. Tranzystor J.Bardeena, W.Brattaina, W.Shockley'a*



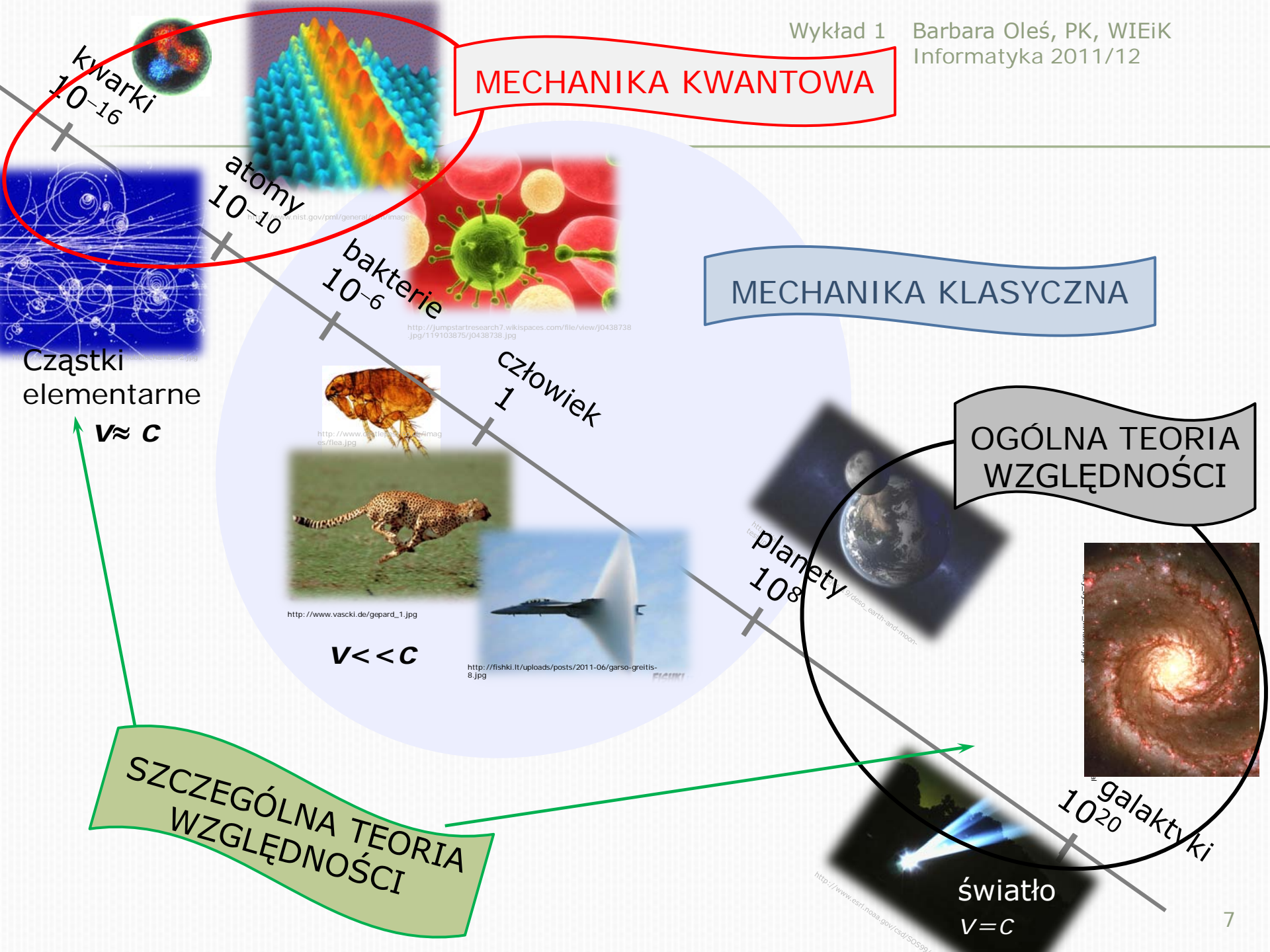
*... i obecnie produkowany*

MECHANIKA KWANTOWA

MECHANIKA KLASYCZNA

OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI

SZCZEGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI



Fizykę możemy podzielić na **fizykę klasyczną** i **fizykę współczesną**, do której zaliczamy szczególną i ogólną teorię względności oraz fizykę kwantową.

**Fizyka klasyczna** poprawnie wyjaśnia zjawiska związane z obiektami o rozmiarach większych od atomów a mniejszych od Słońca oraz poruszających się z szybkościami dużo mniejszymi od szybkości światła w próżni,  $c \cong 3 \cdot 10^8$  m/s.

**Fizyka kwantowa** pozwala opisywać zjawiska zachodzące w mikroświecie, gdy rozmiary ciał są rzędu protonów, elektronów, kwarków.

**Szczególna teoria względności** wyjaśnia zjawiska towarzyszące ruchowi obiektów z szybkościami porównywalnymi z szybkością światła.

**Ogólna teoria względności** dotyczy zjawisk zachodzących w skali bardzo dużych mas, takich jak gwiazdy, galaktyki.



Prawa fizyki klasycznej są prawami przybliżonymi i stanowią graniczny przypadek ogólniejszych praw:

- mechaniki kwantowej i
- szczególnej teorii względności.

# Niezbędna szczypta matematyki

---



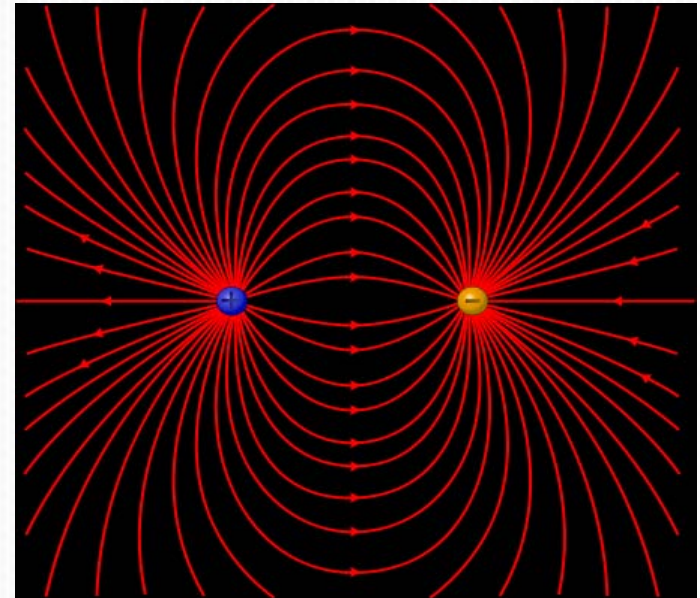
Wielkości fizyczne możemy podzielić na skalarne i wektorowe.

Podając temperaturę, ciśnienie czy masę ciała wystarczy podać liczbę i jednostkę.

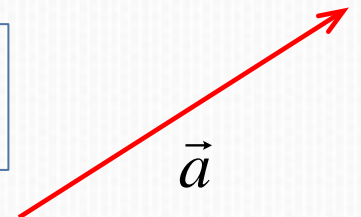
$$T = 120 \text{ K}, m = 15,3 \text{ kg}$$

Natomiast do dokładnego określenia siły, prędkości czy natężenia pola elektrycznego oprócz wartości musimy jeszcze podać kierunek i zwrot.

$$\vec{E} = (2,0\vec{i} + 1,0\vec{j}) \text{ V/m}$$



Dla zaznaczenia, że mamy do czynienia z wektorem, nad symbolem wielkości piszemy  $\rightarrow$ , np.  $\vec{a}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\vec{r}$ .



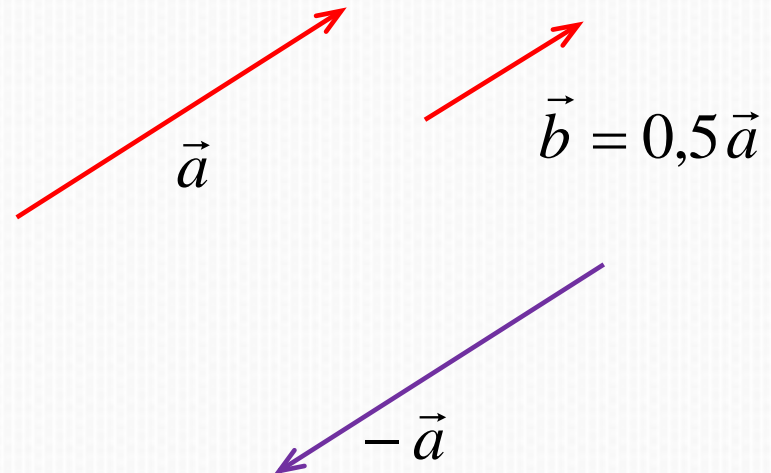
Wektory można mnożyć przez liczbę.

Zmienia się wówczas wartość wektora, ale nie kierunek.

Jeśli liczba jest dodatnia, to nie ulega zmianie zwrot wektora, a jeśli ujemna, to zwrot zmienia się na przeciwny:

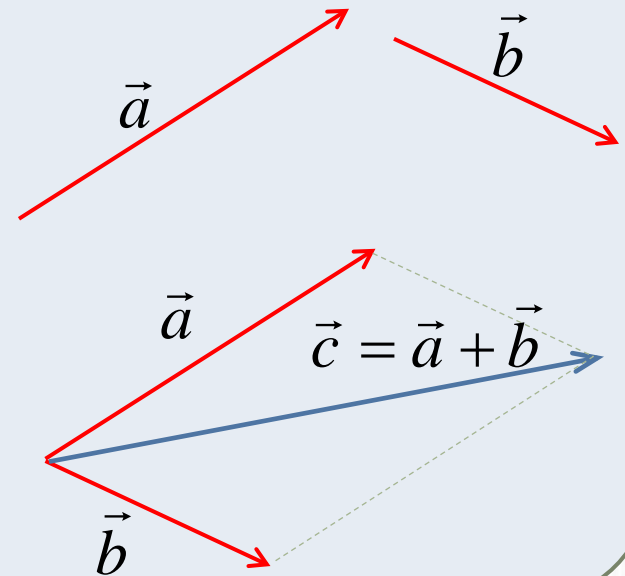
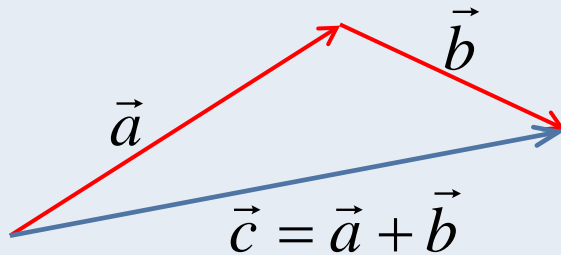
$$\vec{b} = -\vec{a},$$

$$\vec{b} = m\vec{a}, \quad m - \text{dowolna liczba}$$





Wektory możemy dodawać (odejmować).  
Znajdowanie sumy geometrycznej wektorów  
(wypadkowej) przedstawiają rysunki.



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

Wektory można mnożyć:

- skalarnie i w wyniku dostajemy liczbę,
- wektorowo – w wyniku dostajemy wektor.

Iloczyn skalarny dwóch wektorów:  $c = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$

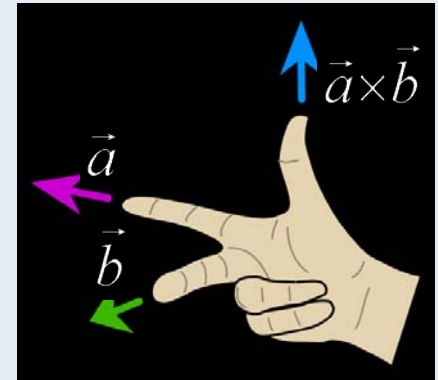
Iloczyn ten jest przemienny:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ ,  
 $\vec{a} \perp \vec{b}$  to  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$ ,  
 $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$ ,

Iloczyn wektorowy:  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ,

wartość iloczynu wektorowego:  $|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$ ,

kierunek wektora  $\vec{c}$  jest prostopadły do płaszczyzny, w której leżą wektory  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ ,

zwrot  $\vec{c}$  wyznaczamy regułą śruby prawoskrętnej (regułą prawej dłoni).

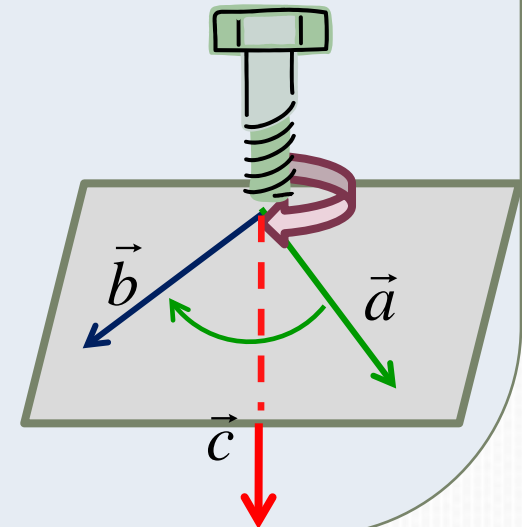
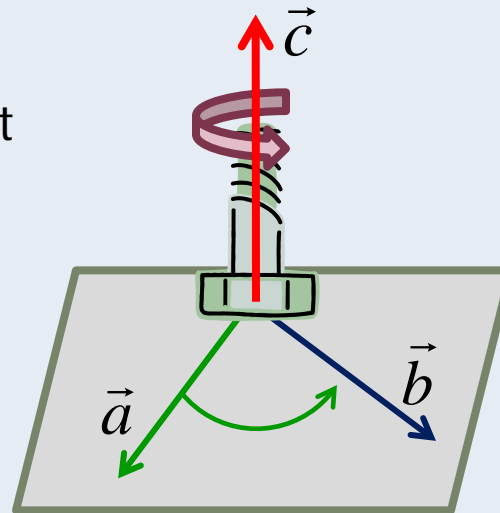


Iloczyn wektorowy jest antyprzemiennej:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a},$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \text{ to } |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|,$$

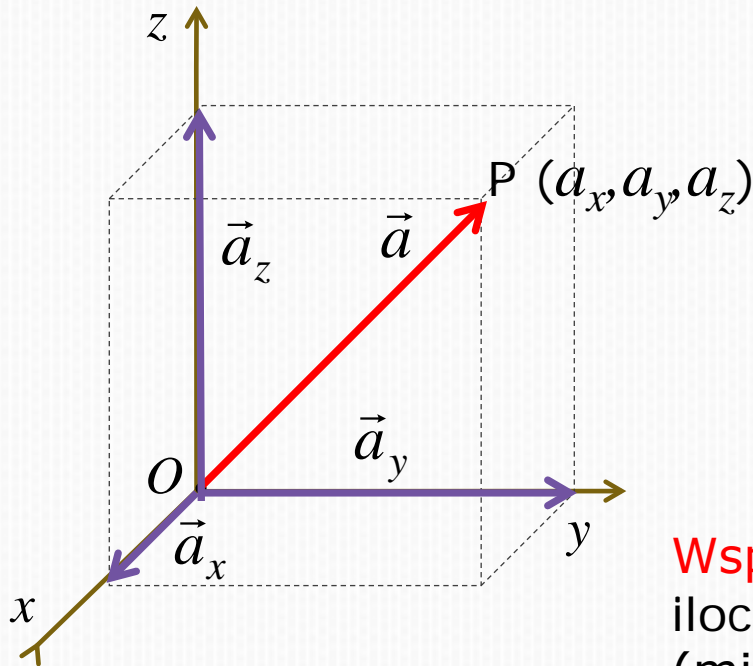
$$\vec{a} \parallel \vec{b} \text{ to } |\vec{a} \times \vec{b}| = 0,$$



## Wektor w kartezjańskim układzie współrzędnych $xyz$

- możemy rozłożyć na wektory składowe  $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$  i zapisać w postaci sumy:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$



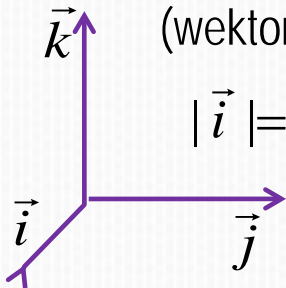
- Lub sumę iloczynów składowych (współrzędnych) wektora  $a_x, a_y, a_z$  i wektorów jednostkowych  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

**Współrzedną wektora** na danej osi nazywamy iloczyn skalarny tego wektora i wersora tej osi (miara rzutu wektora na daną oś):

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – wersory  
 (wektory jednostkowe):

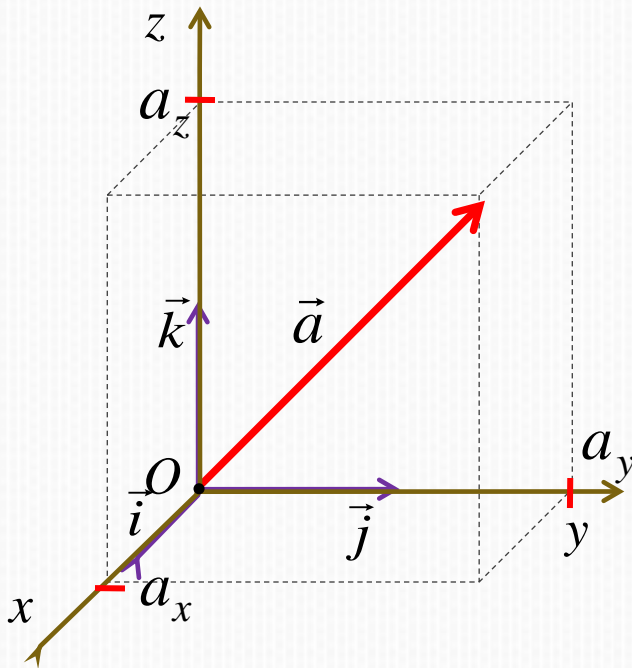
$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$



$$a_x = \vec{a} \cdot \vec{i} = |\vec{a}| |\vec{i}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{i}),$$

$$a_y = \vec{a} \cdot \vec{j} = |\vec{a}| |\vec{j}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{j}),$$

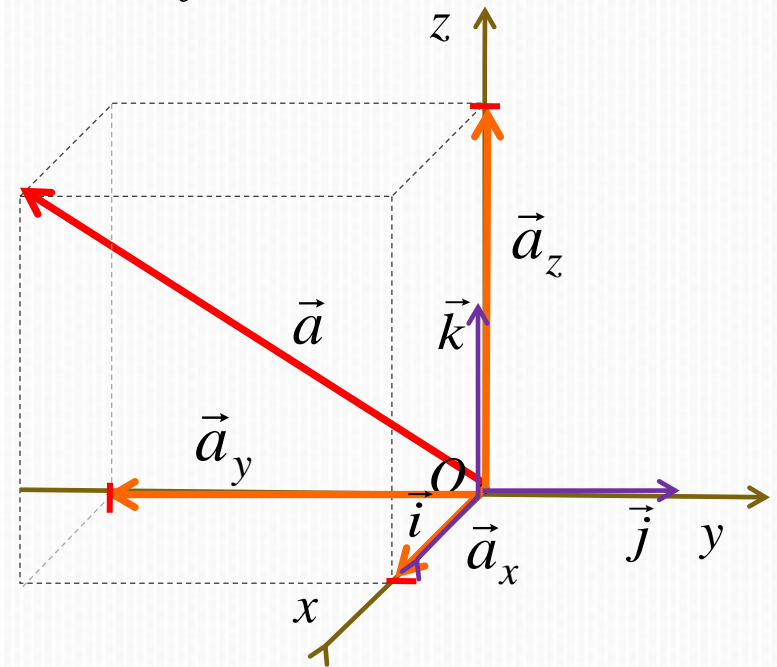
$$a_z = \vec{a} \cdot \vec{k} = |\vec{a}| |\vec{k}| \cos \angle(\vec{a}, \vec{k}).$$



Jeśli zwrot wektora składowego jest zgodny ze zwrotem osi, to współrzędna (składowa wektora) na tej osi jest liczbą dodatnią, a liczbą ujemną, gdy zwroty tych wektorów są przeciwne.

np.  $\vec{a} = 1,5\vec{i} + 2,0\vec{j} + 2,0\vec{k}$ .

$\vec{a} = 1,5\vec{i} - 2,0\vec{j} + 2,0\vec{k}$ .





Dodawanie wektorów:

$$\begin{aligned}\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} &= (\vec{a}_x + \vec{b}_x) + (\vec{a}_y + \vec{b}_y) + (\vec{a}_z + \vec{b}_z) = \\ &= (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}.\end{aligned}$$

Mnożenie skalarne wektorów:

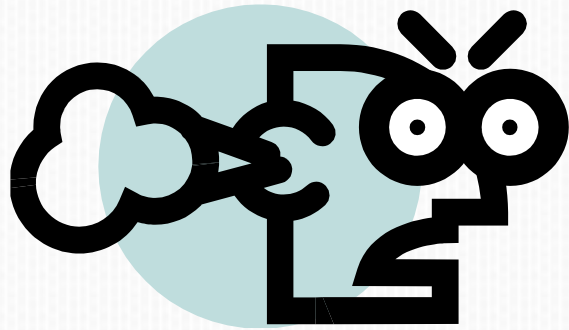
$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z,$$

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{|\vec{a}| |\vec{b}|}.$$

Iloczyn wektorowy:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_y & b_y \\ a_z & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_z & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix} \vec{k},$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}.$$



Prosimy o wykazanie jeszcze odrobiny  
cierpliwości!  
Te wszystkie wiadomości będą nam w  
przyszłości bardzo potrzebne!

# Pochodna funkcji jednej zmiennej

**Pochodna funkcji jednej zmiennej**  $y = f(x)$  jest to nowa funkcja zmiennej  $x$ , równa dla każdej wartości  $x$  granicy stosunku przyrostu funkcji  $\Delta y$  do odpowiadającego mu przyrostu zmiennej niezależnej  $\Delta x$ , gdy  $\Delta x$  dąży do zera:

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Obliczanie pochodnej nazywamy **różniczkowaniem funkcji**  $f(x)$ .

$f(x)$	<i>pochodna</i>	$f(x)$	<i>pochodna</i>
Stała, np. 2	0	$\cos x$	$-\sin x$
$x$	1	$\sin x$	$\cos x$
$x^n$	$nx^{n-1}$	$a f(x)$	$a f'(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$

<i>funkcje</i>	<i>pochodna</i>
$y = g(x), f(g(x))$	$\frac{df}{dy} \cdot \frac{dg}{dx}$
$f(x) + g(x)$	$\frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx}$
$f(x) \cdot g(x)$	$\frac{df}{dx} g(x) + f(x) \frac{dg}{dx}$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f \cdot \frac{dg}{dx} - g \cdot \frac{df}{dx}}{g^2}$

Np. po zróżniczkowaniu funkcji  $f(x) = 3x^2 + \cos(4x)$

dostajemy  $f'(x) = \frac{df}{dx} = 6x - 4\sin(4x)$



# Niepewności i cyfry znaczące

Przypuśćmy, że obliczamy szybkość mrówki, która w czasie 7,1s pokonała odcinek 0,13m.

Obliczamy na kalkulatorze, że szybkość wynosi  $0,13\text{m} : 7,1\text{s} = 0,0183098592\text{m/s}$ . Uff! Jak to odczytać?



Pomiar zawsze jest obarczony **niepewnością**.

Dokładność zmierzonej wielkości z uwzględnieniem niepewności możemy zapisać w postaci:

$$56,47 \pm 0,02 \text{ j}$$

1,47 j - domyślnie ostatnia cyfra jest niepewna

Pamiętajmy, że wykonując działania na liczbach o skończonej dokładności, należy stosować się do następujących zasad:

1. Sumę zaokrąglamy do miejsca znaczącego odpowiadającego najmniej dokładnemu składnikowi.
2. W iloczynie lub ilorazie liczb przybliżonych zachowujemy co najwyżej tyle cyfr znaczących, ile jest w czynniku który ma ich najmniej.

Stosując powyższe reguły podamy wynik: szybkość =  $0,018\text{m/s} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ .



# I. PODSTAWY MECHANIKI KLASYCZNEJ Z ELEMENTAMI MECHANIKI REALTYWISTYCZNEJ

**Mechanika zajmuje się badaniem ruchu obiektów oraz przyczynami ruchów.**

**Wykład zaczynamy od kinematyki punktu materialnego, działu fizyki, który zajmuje się opisem ruchu bez analizowania jego przyczyn.**

# 1. Opis ruchu: położenie, prędkość, przyspieszenie



<http://www.astronomia.biz.pl/images/krater.jpg>

Krater w Arizonie o średnicy 1200 m jest pozostałością po uderzeniu w naszą planetę asteroidy przed 50 tys. lat.

Do podobnego zagrożenia z kosmosu może dojść w bliższej lub dalszej przyszłości.

Astronomowie nieustannie śledzą takie obiekty i starają się obliczyć prawdopodobieństwo ich kolizji z Ziemią.



[http://a.abcnews.com/images/Technology/gty\\_asteroid\\_near\\_earth\\_II\\_110627\\_wg.jpg](http://a.abcnews.com/images/Technology/gty_asteroid_near_earth_II_110627_wg.jpg)

Chcąc ustalić, czy asteroida może zagrozić Ziemi należy umieć określić jej **położenie** i **opisać ruch**.



## 1.1. Względność położenia i ruchu

Położenie i ruch są *pojęciami względnymi* – zależą od wyboru układu odniesienia.

*Układem odniesienia* może być jakiś obiekt (tzw. ciało, cząstka), np. obserwatorium astronomiczne na Ziemi.



W celu uproszczenia analizy problemu zastosujemy *model punktu materialnego*.



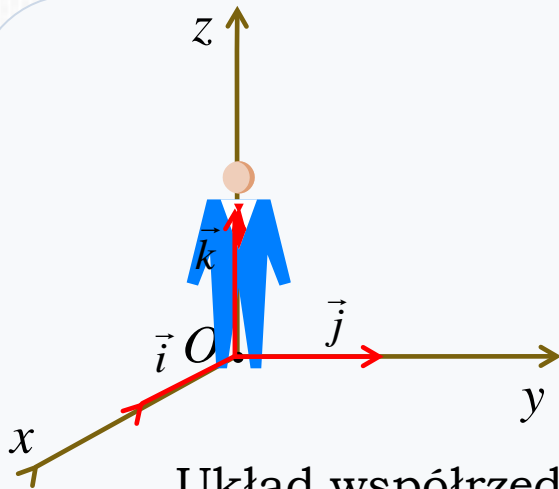
Asteroida może być traktowana jako punkt materialny w przestrzeni kosmicznej, ale należy uwzględnić jej rozmiary w momencie uderzenia w Ziemię.

## 1.2. Położenie

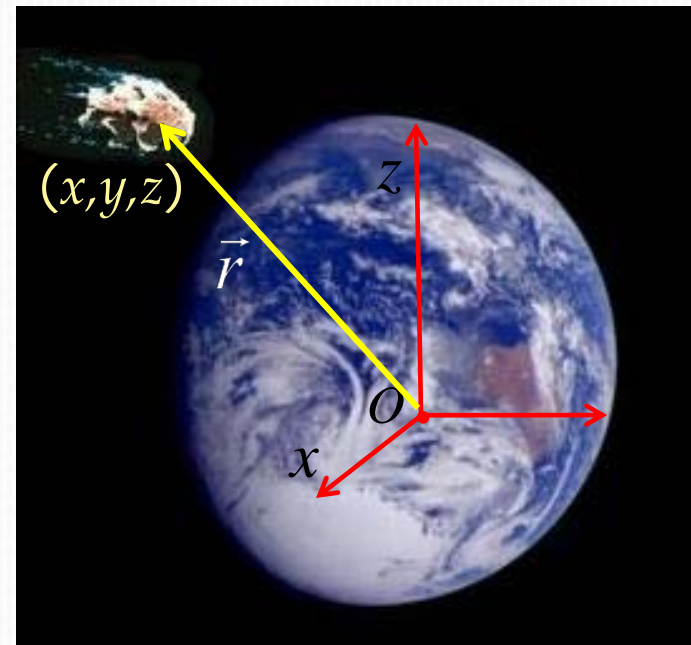
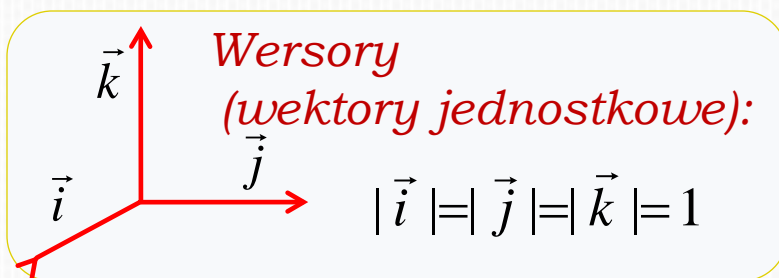
*Położenie* ciała (w naszym przykładzie asteroidy) w przestrzeni podajemy w wybranym układzie współrzędnych za pomocą:

- *współrzędnych*, np. kartezjańskich  $(x, y, z)$
- *wektora położenia*

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

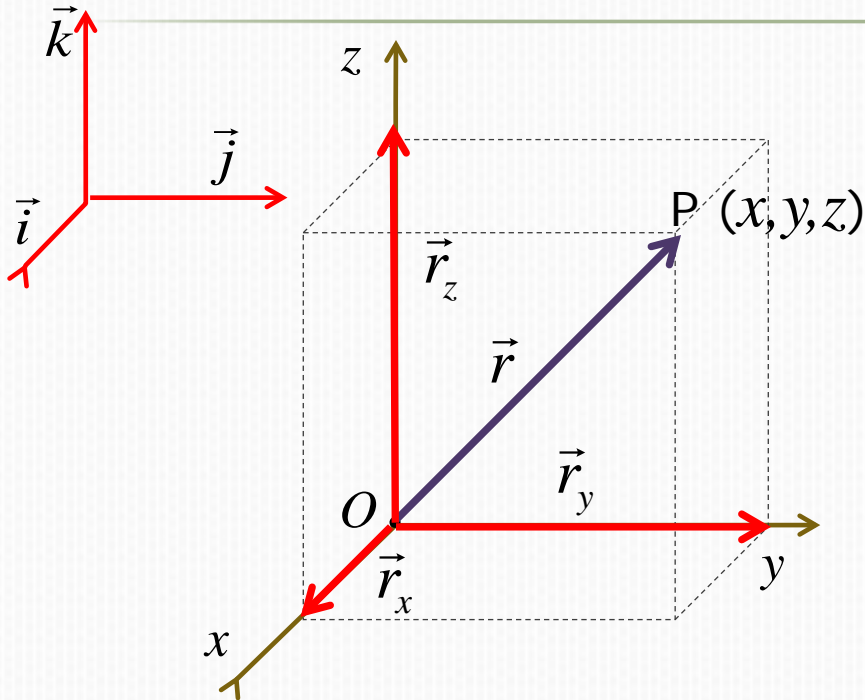


Układ współrzędnych  
kartezjańskich



y

## Jeszcze raz wektor położenia ...



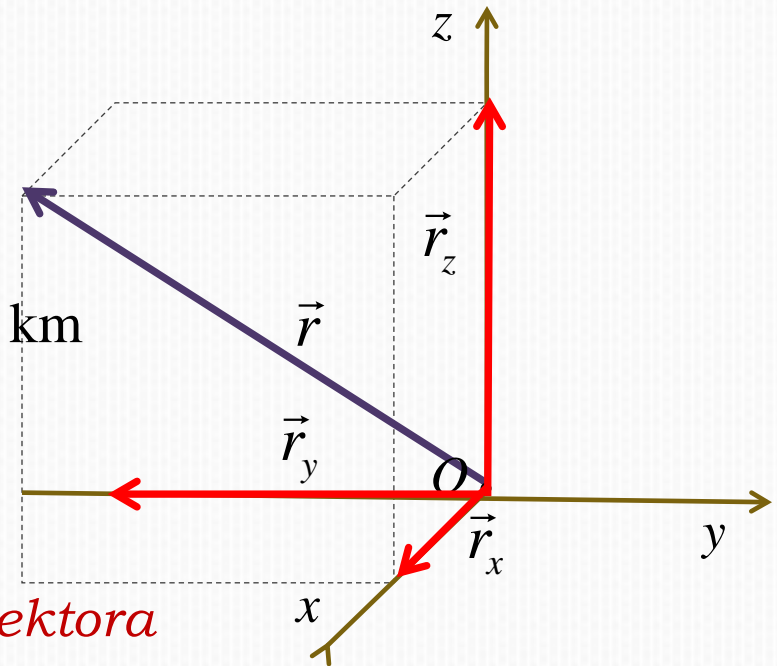
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z$$

Np.  $\vec{r} = (10,00\vec{i} + 16,88\vec{j} + 20,03\vec{k}) \text{ km}$

lub  $\vec{r} = (10,00\vec{i} - 16,88\vec{j} + 20,03\vec{k}) \text{ km}$

Odległość P od początku układu:

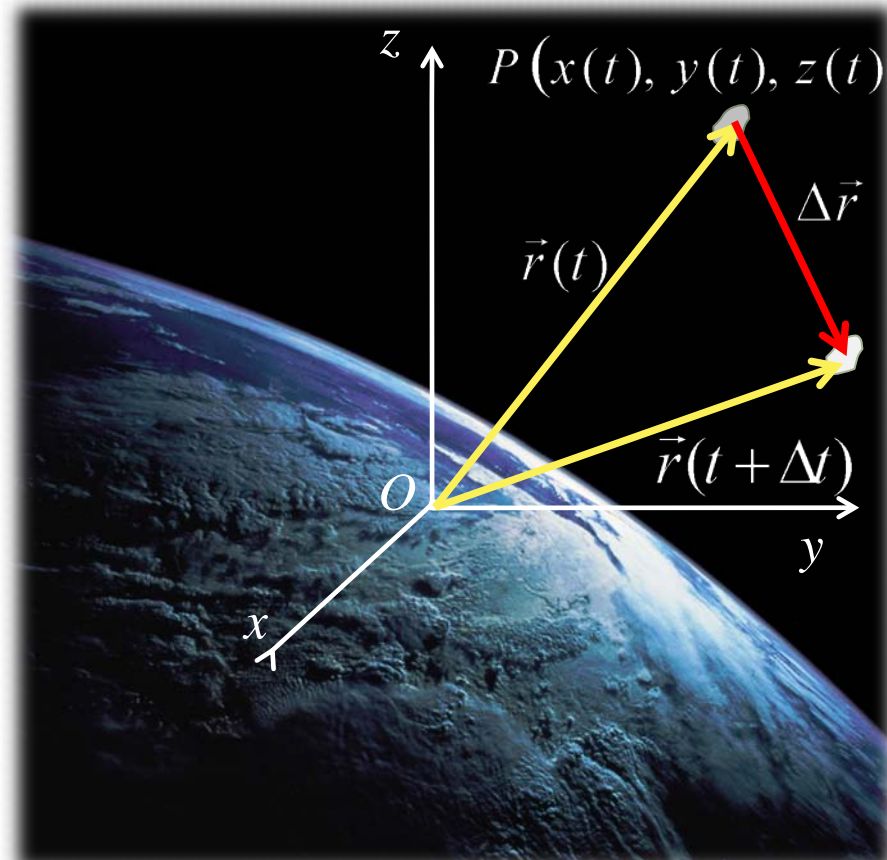
$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ - długość wektora}$$





Zmiana położenie ciała dana jest przez *wektor przemieszczenia*:

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = \\ &= [x(t + \Delta t) - x(t)] \vec{i} + [y(t + \Delta t) - y(t)] \vec{j} + [z(t + \Delta t) - z(t)] \vec{k}\end{aligned}$$



$P'(x(t'), y(t'), z(t')),$

$$t' = t + \Delta t$$

## 1.3. Równanie toru, droga

Każde ciało będące w ruchu porusza się po pewnej linii krzywej lub prostej, którą nazywamy **tozem**.

Jego matematycznym opisem jest **równanie toru**.

Zależność wektora położenia od czasu pozwala znaleźć kolejne położenia ciała podczas ruchu, czyli wyznacza tor.

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Natomiast długości odcinka toru przebytego przez ciało nazywamy **drogą s**.



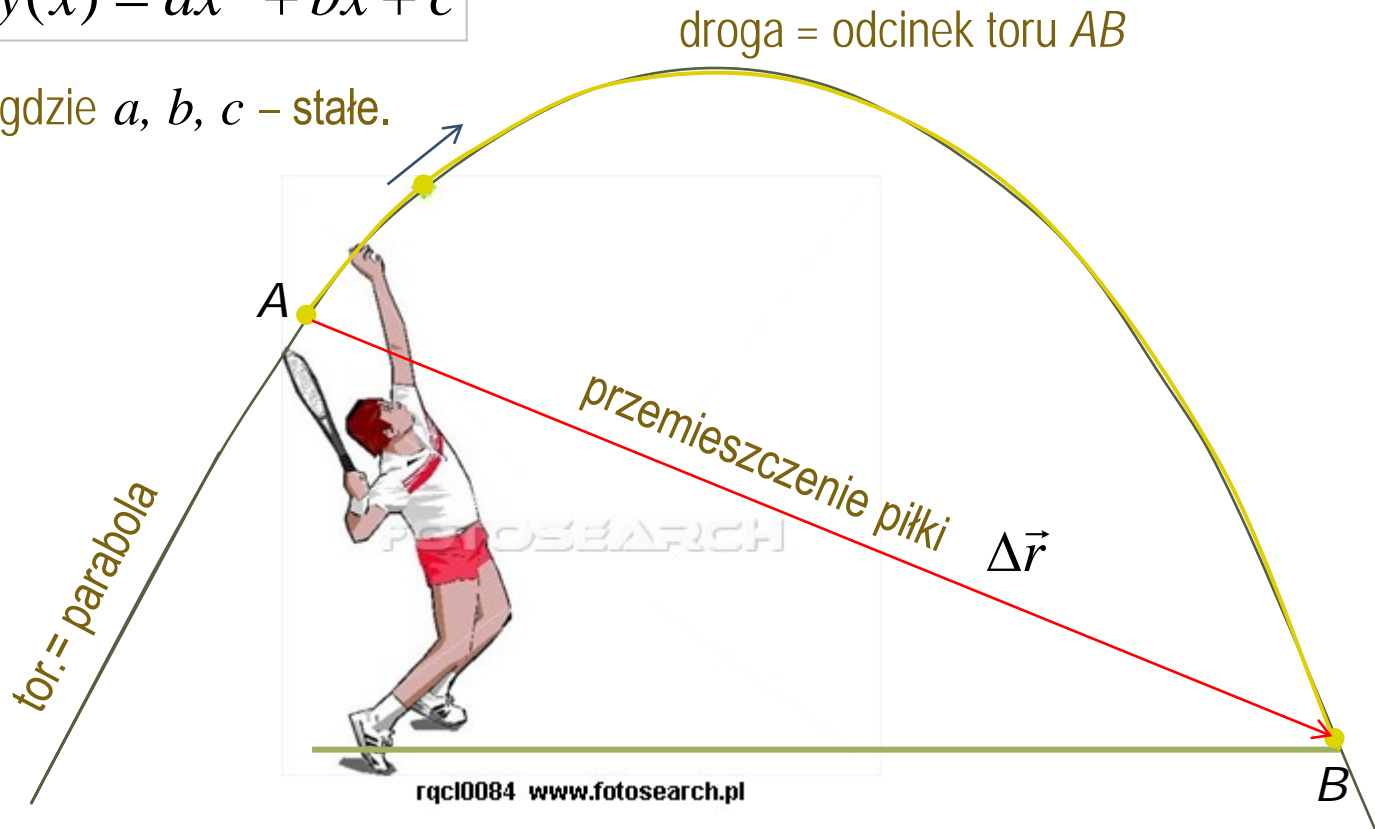
**Zapamiętaj!**

Droga  $s$  jest skalarem, a przemieszczenie  $\Delta\vec{r}$  jest wektorem i jego wartość – z wyjątkiem ruchu prostoliniowego – jest różna od  $s$ !

Z codziennych obserwacji wiemy, że ciało rzucone pod pewnym kątem w górę porusza się po torze przypominającym parabolę. Gdyby nie istniał opór powietrza tor ciała byłby dany równaniem:

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

gdzie  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – stałe.

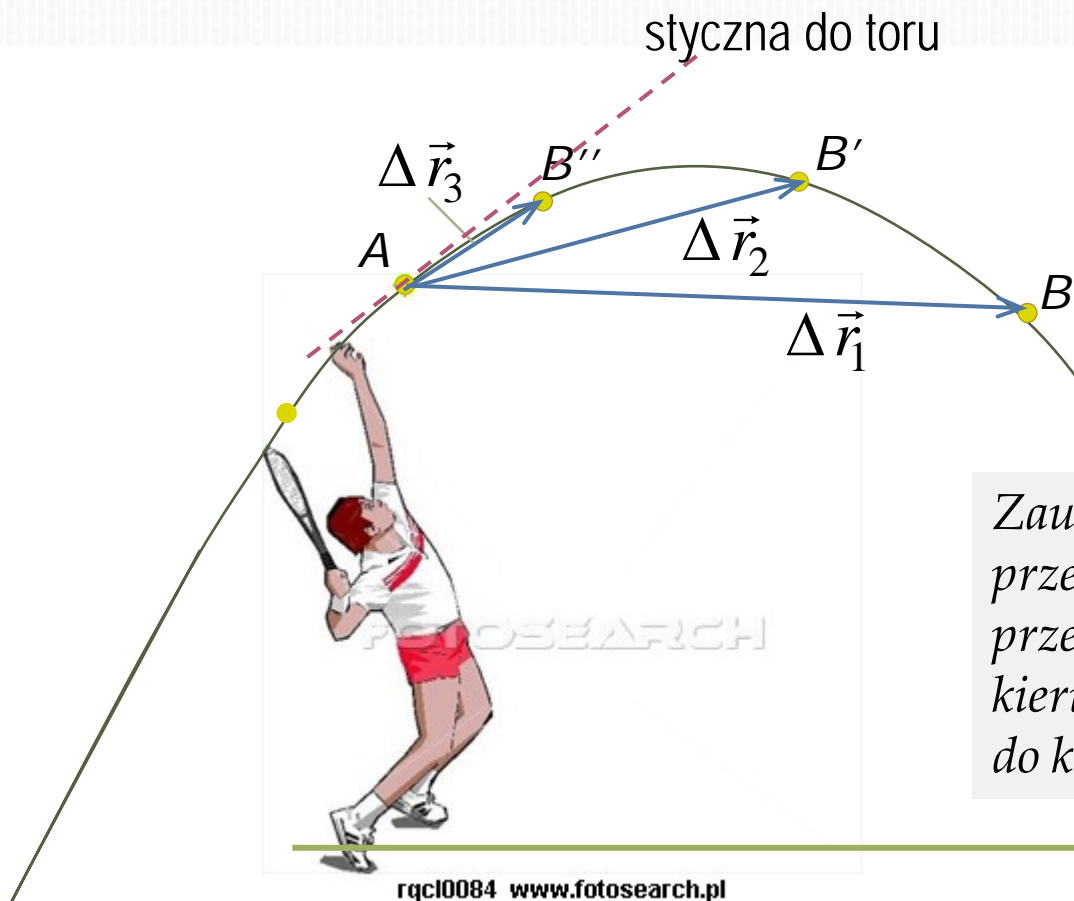


Ze względu na tor ruchu dzielimy na prostoliniowe i krzywoliniowe.

## 1.4. Prędkość

**Prędkość średnia** definiowana jest jako stosunek przemieszczenia  $\Delta \vec{r}$  do czasu  $\Delta t$ , w którym to przemieszczenie nastąpiło:

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



*Zauważmy, że w im mniejszych przedziałach czasu rozpatrujemy przemieszczenie, tym bardziej kierunek prędkości średniej zbliża się do kierunku stycznej do toru w A.*

Przy opisie ruchu ciała posługujemy się zwykle *prędkością chwilową*

równą stosunkowi przemieszczenia i przedziału czasu  $\Delta t$ , w którym to przemieszczenie nastąpiło, przy  $\Delta t \rightarrow 0$  :

$$\vec{v} = \left( \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right)_{\Delta t \rightarrow 0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t},$$

$\vec{v}$  jest pochodną wektora położenia  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$  względem czasu:

$$\vec{v} = \vec{r}'(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k},$$

gdzie

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}, \quad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}, \quad v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}.$$

Prędkość chwilowa jest zawsze styczna do toru!

Wartość wektora prędkości nazywamy **szybkością**:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} .$$

Jeśli znamy drogę  $s$  przebytą przez ciało jako funkcję czasu  $t$ , to

$v = \frac{ds}{dt}$  jest szybkością ciała, czyli wartością jego prędkości!

Ale nie prędkością, która jest wektorem!

**Zapamiętaj!**



*Tylko w przypadku ruchu jednostajnego prostoliniowego szybkość jest równa stosunkowi drogi i czasu.*

Prędkość chwilowa jest wektorem stycznym do toru i nie możemy powiedzieć, że jest równa  $s/t$  !



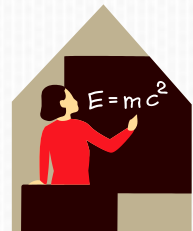
# Przykład

Przypuśćmy, że w pewnym przedziale czasu, w pewnym układzie odniesienia, wektor położenia asteroidy dany był wyrażeniem:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} = b \cos \omega t \cdot \vec{i} + b \sin \omega t \cdot \vec{j}$$

gdzie  $b, \omega$  – stałe.

Obliczmy prędkość chwilową asteroidy:



$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = \\ &= -b\omega \sin \omega t \cdot \vec{i} + b\omega \cos \omega t \cdot \vec{j}. \end{aligned}$$

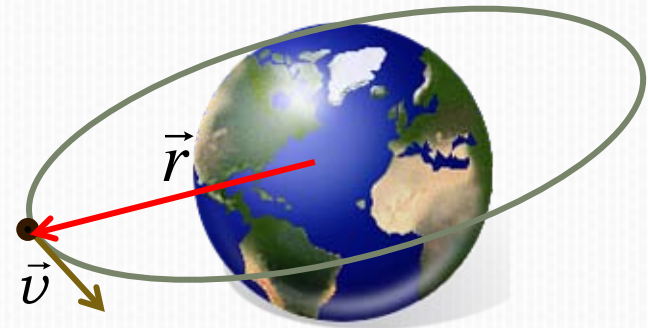
I jej wartość: 
$$v = |\vec{v}| = \omega \sqrt{b^2 \sin^2 \omega t + b^2 \cos^2 \omega t} = b\omega.$$

Porównaj wyrażenia na prędkość i szybkość.  
Czy dostaliśmy identyczne wyniki?

Wektor położenia zależny od czasu informuje o kolejnych położeniach asteroidy, które leżą na krzywej zwanej **tozem** :

$$\vec{r}(t) = b \cos \omega t \cdot \vec{i} + b \sin \omega t \cdot \vec{j}$$

$$x(t) = b \cos \omega t, \quad y = b \sin \omega t.$$



Jej równanie dostaniemy eliminując czas:

$$x^2 + y^2 = b^2.$$

Jest to równanie okręgu o promieniu  $b$ . Po jednym pełnym okrążeniu Ziemi (gdyby stała się satelitą Ziemi) asteroida przebyłaby drogę  $s=2\pi b$  w czasie  $t=2\pi/\omega$ . Jej prędkość ma stałą wartość  $v=b\omega$ , ale kierunek w każdej chwili jest styczny do toru!

## 1.5. Przyspieszenie

Często mamy do czynienia z ruchem, w którym prędkość zmienia się w czasie:

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k}$$

O jej zmianie informuje *przyspieszenie chwilowe*, zdefiniowane jako pochodna prędkości względem czasu:

$$\vec{a} = \left( \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right)_{\Delta t \rightarrow 0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{v}'(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

gdzie

$$a_x(t) = v'_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}, \quad a_y(t) = v'_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt}, \quad a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt}.$$



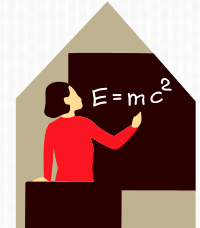
## Kontynuacja przykładu

Obliczmy przyspieszenie asteroidy, której prędkość dana jest wzorem:

$$\vec{v} = -b\omega \sin \omega t \cdot \vec{i} + b\omega \cos \omega t \cdot \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} =$$

$$= -b\omega^2 \cos \omega t \cdot \vec{i} - b\omega^2 \sin \omega t \cdot \vec{j}$$



Wektor przyspieszenia ma kierunek wektora prędkości, ale przeciwny zwrot!

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}.$$

Przyspieszenie nie zależy od czasu.

Podsumowując, możemy powiedzieć, że jest to przykład ruchu jednostajnego po okręgu – wartość prędkości jest stała, a przyspieszenie związane jest ze zmianą kierunku prędkości i ma stałą wartość.

Ze względu na przyspieszenie wyróżniamy ruchy:

- Jednostajne prostoliniowe  $\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}, \vec{a} = 0$ ,
- Jednostajnie przyspieszone  $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}},$
- Zmienne  $\vec{a} \neq \overrightarrow{\text{const}}.$

Ze względu na tor ruchu dzielimy na:

- prostoliniowe
- krzywoliniowe.