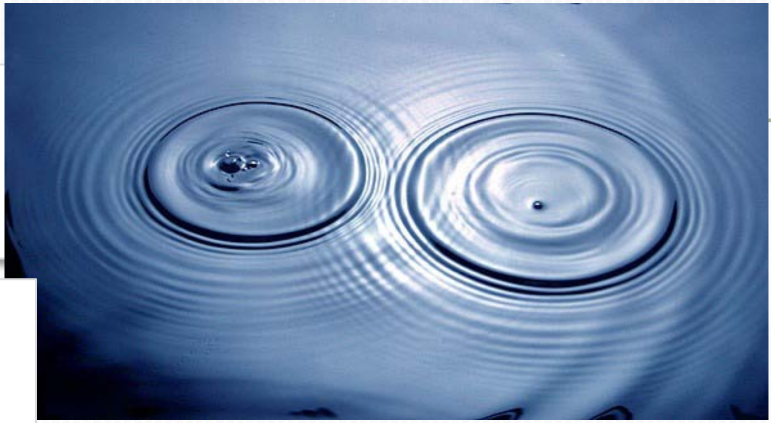
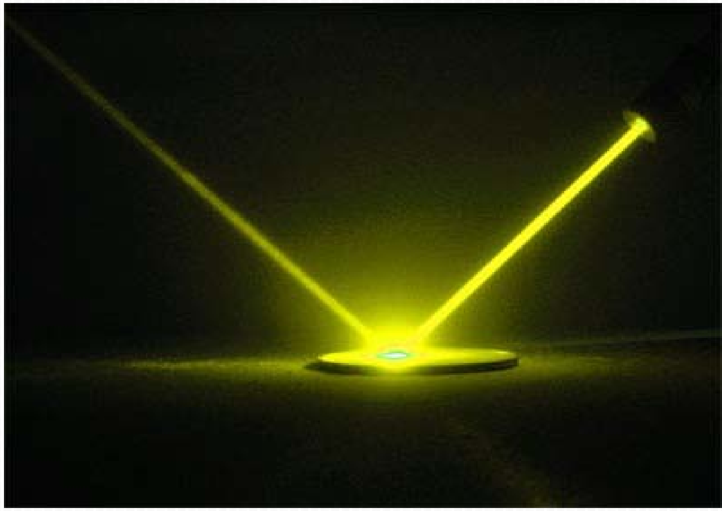
2. Rodzaje fal



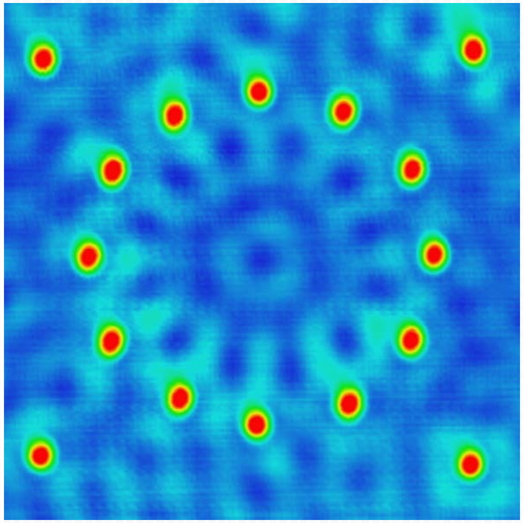
- **Fale mechaniczne**, których przykładem są fale wzbudzone w długiej sprężynie, fale akustyczne, fale na wodzie.

Fale te mogą rozchodzić się tylko w jakimś ośrodku materialnym i podlegają prawom Newtona.



- **Fale elektromagnetyczne**, do których zaliczymy światło, fale radiowe, promieniowanie rentgenowskie.

Fale te mogą rozchodzić się w próżni, nie potrzebują ośrodka materialnego, aby się rozprzestrzeniać.

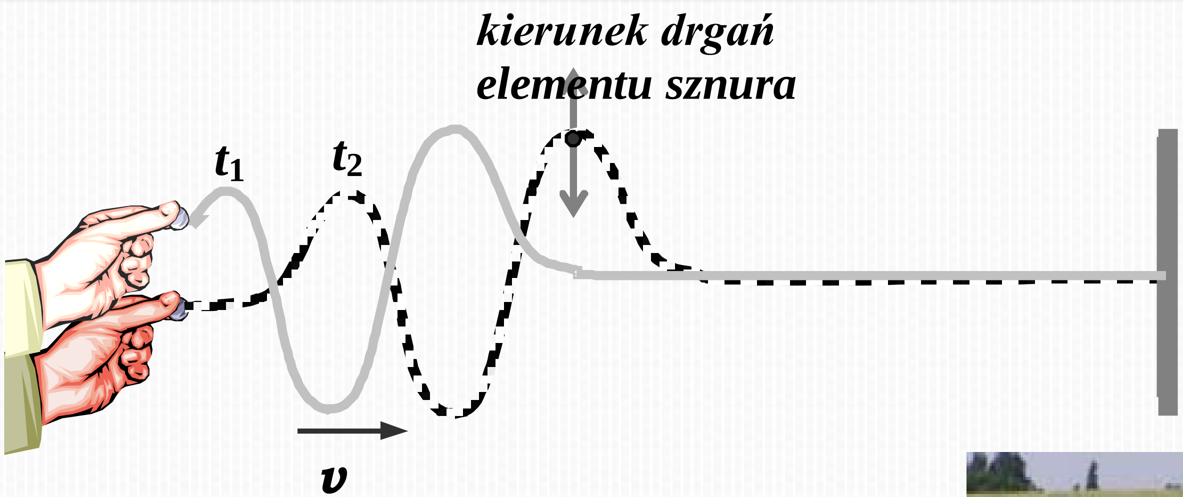


- **Fale materii** związane z cząstkami takimi jak elektrony, protony, atomy.

Istnienie tych fal potwierdzają eksperymenty, w których cząstki np. elektrony zachowują się jak fale.

2.1. Opis fali mechanicznej, równanie fali

Falą mechaniczną nazywamy zaburzenia rozchodzące się w ośrodkach sprężystych w postaci impulsu lub drgań.



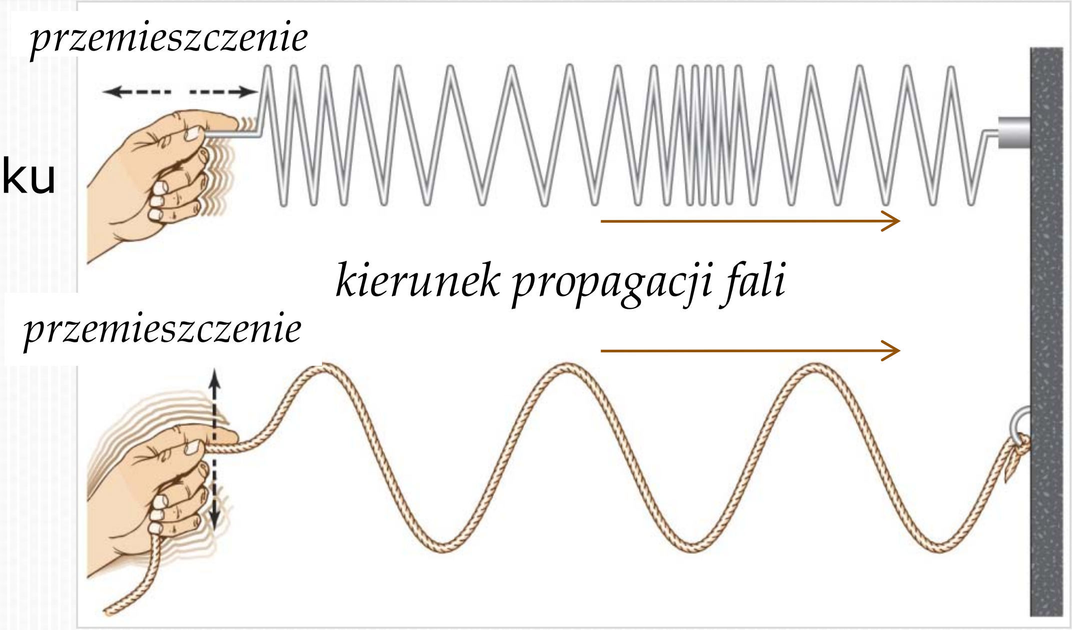
Pewien fragment ośrodka materialnego zaczyna drgać wokół położenia równowagi, a dzięki sprężystym własnościom tego ośrodka drgania są przekazywane sąsiednim fragmentom i zaburzenie rozchodzi się jako *fala mechaniczna.*

Cząsteczki ośrodka nie uczestniczą w ruchu postępowym, jedynie w drgającym.

Ze względu na kierunek drgań cząsteczek w odniesieniu do kierunku rozchodzenia się fali, dzielimy fale na:

fale podłużne – cząsteczki ośrodka drgają wzdłuż kierunku rozchodzenia się fali,

fale poprzeczne – cząsteczki ośrodka drgają prostopadle kierunku rozchodzenia się fali.



Czoło fali to powierzchnia rozgraniczająca część przestrzeni wprowadzonej już w ruch falowy od tej, w której drgania jeszcze nie powstały.

Powierzchnia falowa to zbiór punktów drgających w jednej fazie.

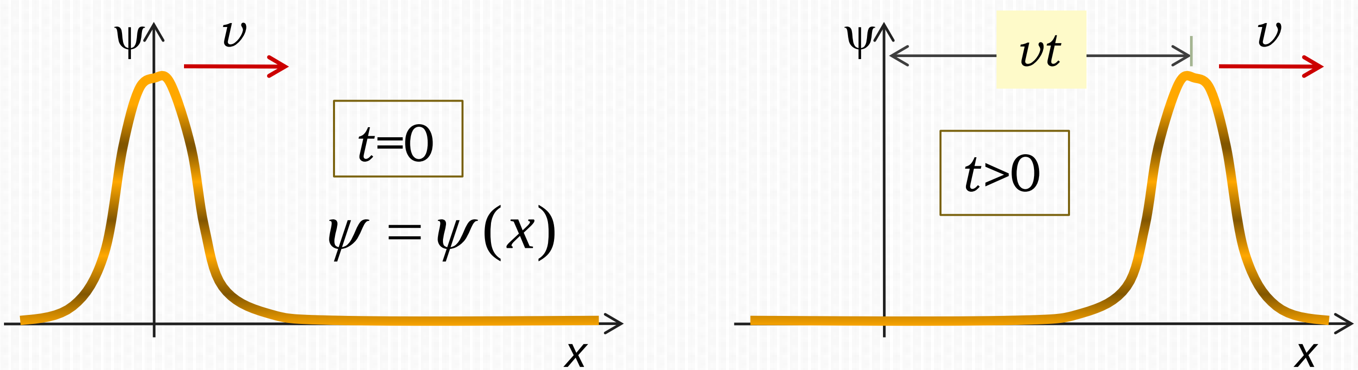
http://cnx.org/content/m13512/latest/ripple.jpg

Falę opisujemy za pomocą **funkcji falowej**: $\psi = \psi(\vec{r}, t)$ (**równanie fali**)

W przypadku zaburzenia rozchodzącego się wzdłuż osi x z prędkością υ w prawo, jeśli jego kształt nie zmienia się w czasie, będzie to funkcja:

$$\boxed{\psi = \psi(x - \upsilon t)}$$

Funkcja ta opisuje ilościowo przemieszczenie elementu ośrodka w położeniu x i chwili t względem położenia równowagi, gdy ośrodku rozchodzi się fala.

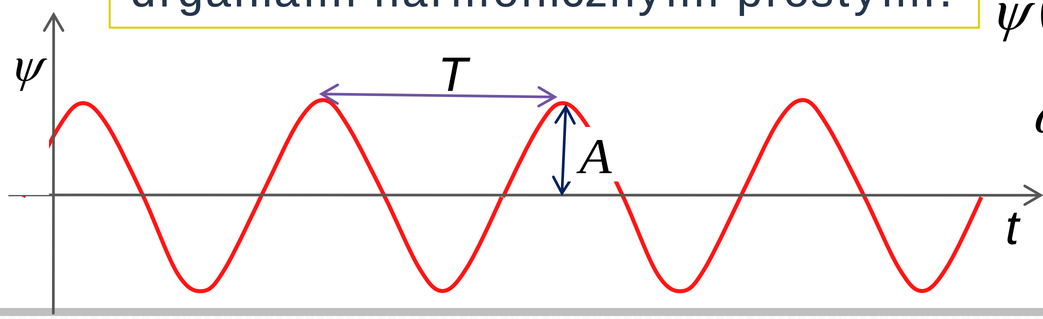


A rozchodzącego się w lewo: $\boxed{\psi = \psi(x + \upsilon t)}$

2.2. Fale harmoniczne

W szczególnym przypadku, gdy każdy element ośrodka drga ruchem harmonicznym prostym, mamy do czynienia *z falą harmoniczną.*

x ustalone, drgania elementu są drganiami harmonicznymi prostymi:



$$\psi(t) = A\sin(2\pi f t + \alpha),\ f = 1/T$$

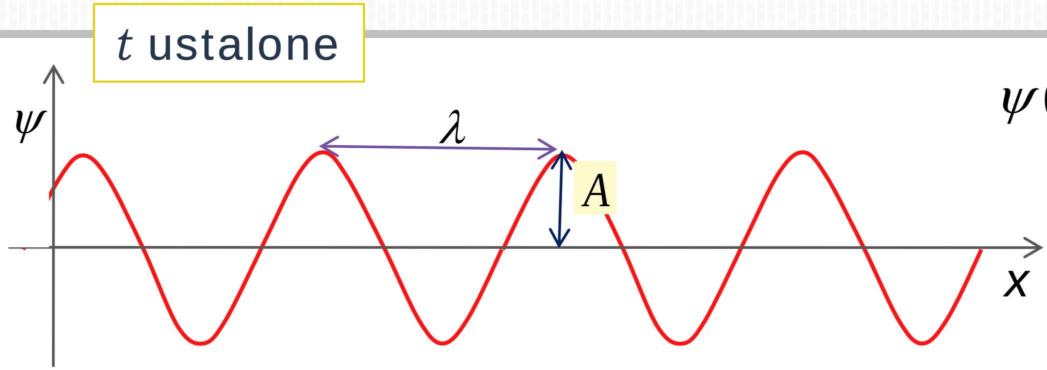
$\omega = 2\pi f$ - częstość kołowa

$\varphi = 2\pi f t + \alpha$ - faza

Funkcja falowa **fali harmonicznej**, **biegnącej** (bieżącej) może być zapisana w postaci:

$$\psi(x,t) = A\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x \mp vt) + \alpha\right]$$

gdzie *A* jest amplitudą fali, α – fazą początkową, λ - długością fali, zdefiniowaną jako odległość, między dwoma najbliższymi punktami przestrzeni, w których fazy funkcji ψ w danej chwili *t* są identyczne.



$$\psi(x) = A\sin[(2\pi x/\lambda) + \alpha]$$

Przedstawiona fala harmoniczna w ustalonej chwili *t* ma kształt sinusoidalny i cechuje ją okresowość przestrzenna, λ.

Faza funkcji falowej:

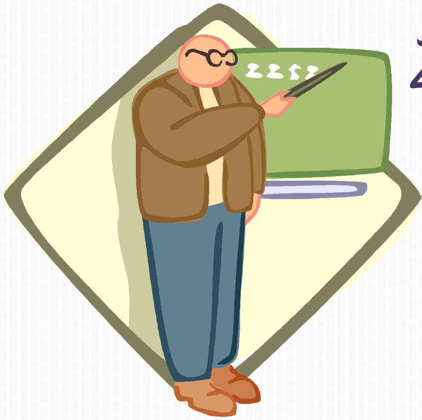
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x \mp \upsilon t) + \alpha = kx \mp \omega t + \alpha,$$

gdzie $k = 2\pi/\lambda$ – liczba falowa.

Prędkość fali $\upsilon = \lambda/T$ jest prędkością przemieszczania się powierzchni stałej fazy. Stąd nazywamy ją prędkością fazową.

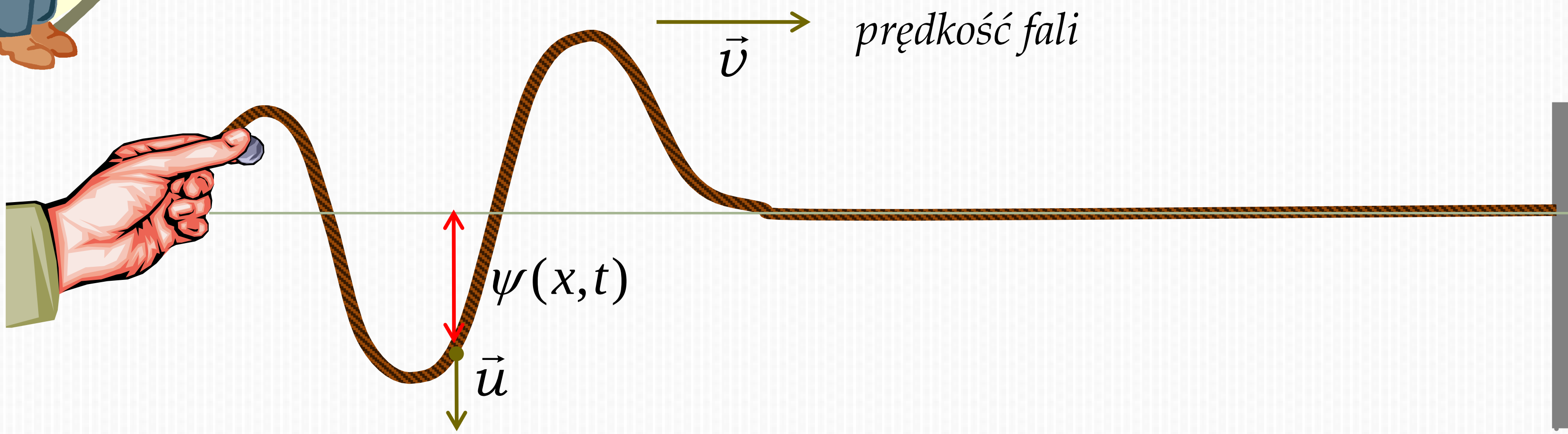
Funkcja falowa może być zapisana w postaci:

$$\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \alpha)$$



Zapamiętaj!

Sens fizyczny funkcji falowej



$\psi(x,t)$ = *przemieszczenie elementu ośrodka w położeniu x, w chwili t, względem położenia równowagi*

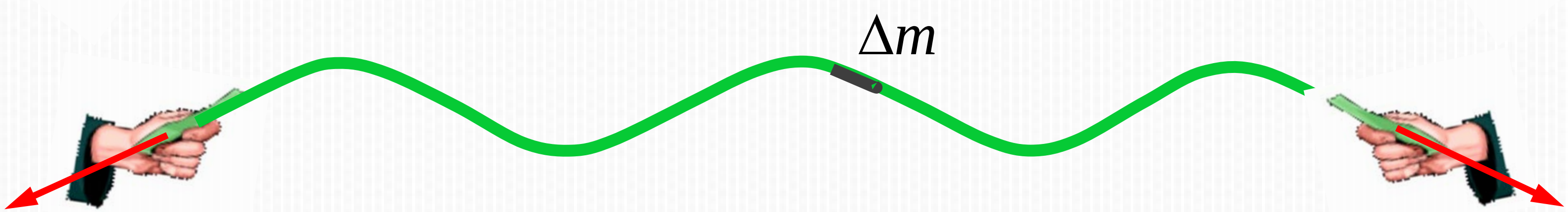
$$u = \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$$ = *szybkość elementu ośrodka (szybkość zmian przemieszczenia) w położeniu x, w chwili t*

$$a = \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$ = *przyspieszenie elementu x w chwili t*

2.3. Prędkość fali

Prędkość fali mechanicznej określona jest przez właściwości ośrodka.

Np. falę rozchodzącą się w linie można wytworzyć tylko w linie napiętej przez siły działające na oba jej końce.



$$\upsilon = \sqrt{\frac{\text{własności sprężyste}}{\text{bezwładność}}}.$$

Wartość siły napinającej linę *F* jest związana ze **sprężystością ośrodka** – elementy liny przemieszczające się podczas rozchodzenia fali, działają na sąsiednie elementy, rozciągając się wzajemnie.

Drgające elementy ośrodka posiadają masę, która charakteryzuje ich **bezwładność**.

Prędkość fali mechanicznej zależy od własności sprężystych ośrodka, w którym rozchodzi się fala i bezwładności (masa jest miarą bezwładności ciała) i wyraża się wzorem :

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},}$$

gdzie F charakteryzuje siły sprężyste ośrodka a $\mu = \Delta m / \Delta l$ jest jego gęstością liniową.

Fale mechaniczne poprzeczne mogą powstawać tylko w ciałach stałych, ośrodkach charakteryzujących się sprężystością postaciową.

W ciałach stałych mogą też powstawać fale podłużne.

W ośrodkach o sprężystości objętościowej (cieczach, gazach) mogą powstawać tylko fale podłużne (np. fale dźwiękowe w powietrzu).

http://blog.pandora

2.4. Energia i moc w ruchu falowym

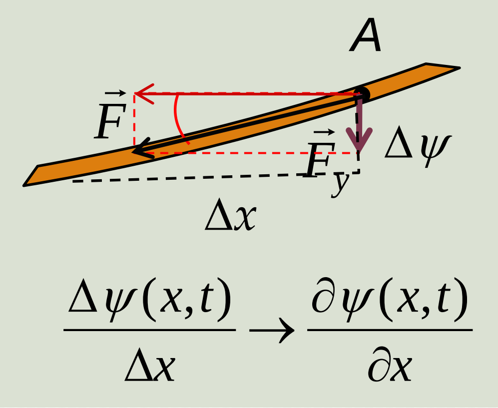
Rozważmy nieskończenie długą, naciągniętą linę, w której wzbudzamy falę biegnącą:

$$\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \alpha),$$

W tym celu musimy dostarczyć energii. Jest ona potem przenoszona przez falę w postaci energii kinetycznej i potencjalnej.

Energia kinetyczna elementu liny zależy od jego prędkości poprzecznej; energia potencjalna od stopnia jej naprężenia w danej chwili.

Zastanówmy się, jak energia jest przekazywana od jednego elementu liny do następnego.



Odcinek liny na lewo od punktu *A* wywiera siłę o wartości *F* na jej odcinek po prawej stronie, i na odwrót, a jej składowa:

$$F_y(x,t) = -F\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}$$

Podczas ruchu punktu *A* w kierunku pionowym siła F_y wykonuje pracę i energia jest przekazywana do elementu liny na prawo od *A*.

Chwilowa moc *P* przekazywana w punkcie A:

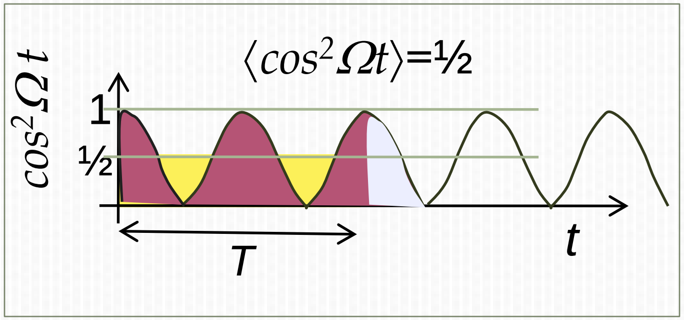
$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}$$

$$P(x,t) = F_y(x,t)\upsilon_y(x,t) = -F\,(x,t)\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}.$$

W przypadku fali harmonicznej: $\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$,

$$P(x,t) = Fk\omega A^2\cos^2(kx - \omega t),$$

Średnia moc, czyli średnia szybkość z jaką energia jest przenoszona przez falę:



$$P_{śr} = Fk\omega A^2\langle\cos^2(kx - \omega t)\rangle = \tfrac{1}{2}Fk\omega A^2,$$

korzystając z zależności prędkości fali od siły napinającej *F* dostaniemy $F = \upsilon^2\mu = \upsilon\omega\mu / k$, a stąd

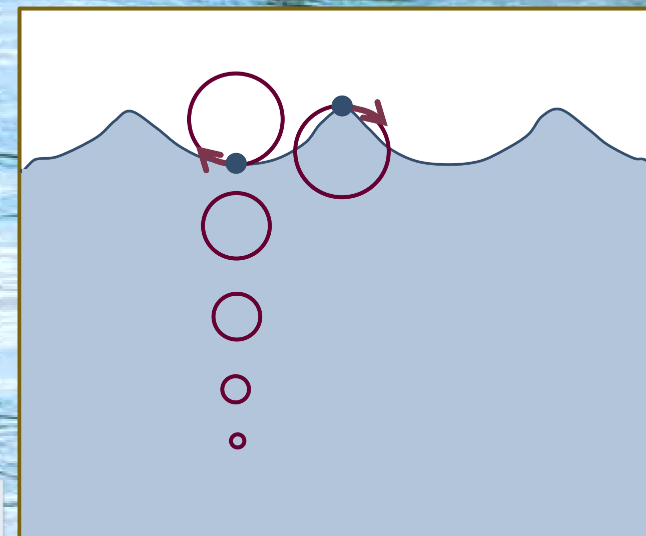
$$\boxed{P_{śr} = \tfrac{1}{2}\mu\omega^2A^2\upsilon.}$$

Uzyskany wynik, że średnia moc jest proporcjonalna do szybkości υ, kwadratu amplitudy A^2 oraz kwadratu częstości ω^2, ma charakter ogólny i jest prawdziwy dla wszystkich typów fal.

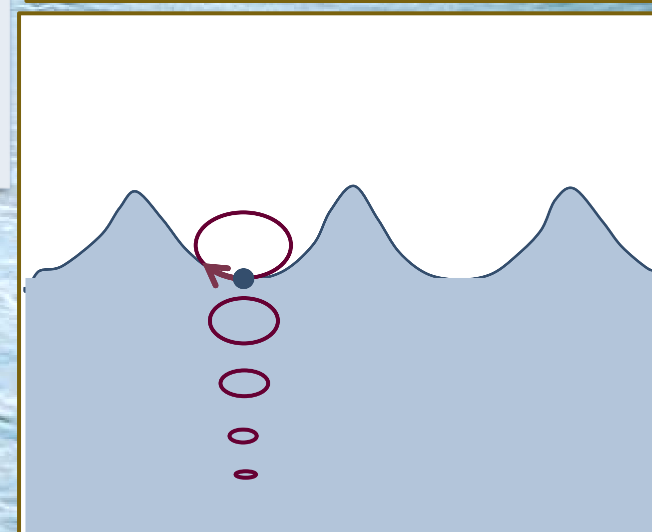
2.5. Fale na wodzie

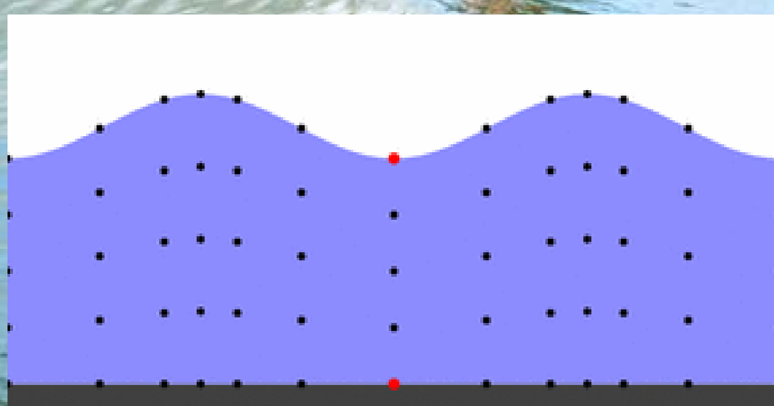
Analityczny opis fal na wodzie jest bardzo skomplikowany.

Tory cząsteczek są w przybliżeniu okręgami na głębokiej wodzie, elipsami na płytkiej, zakreślanymi wokół położeń równowagi. Okres obrotu jest równy okresowi fali. Na szczytach fal prędkość cząsteczek dodaje się do prędkości fali, a w dolinach odejmuje.

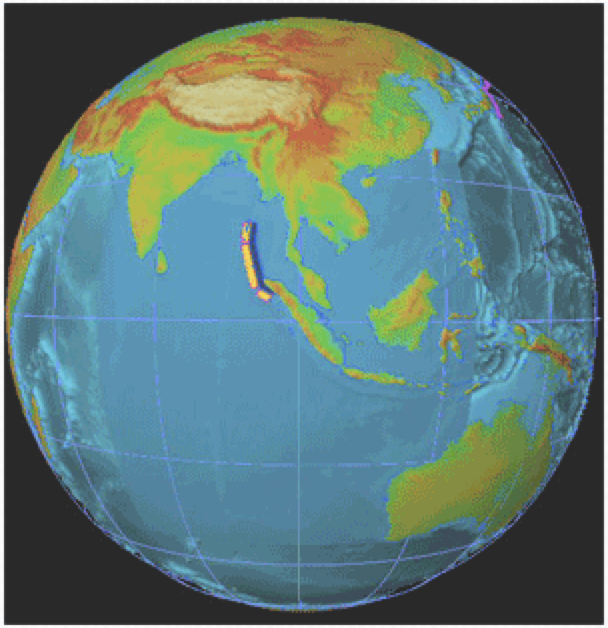


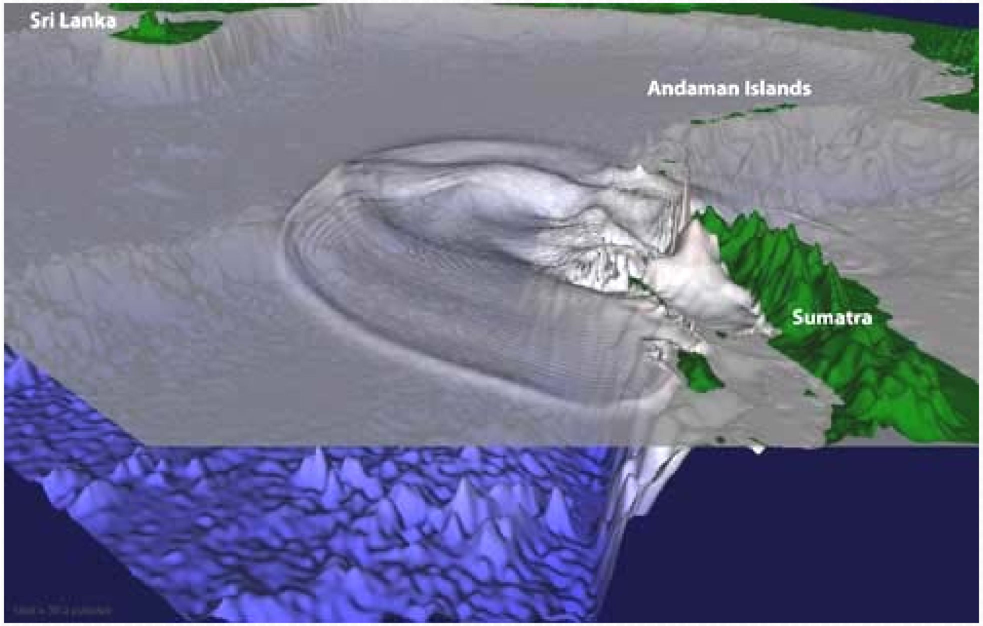
To oznacza, że cząsteczka wody porusza się zarówno w kierunku poziomym jak i pionowym. W tym sensie fala wodna ma zarówno charakter fali poprzecznej jak i podłużnej.





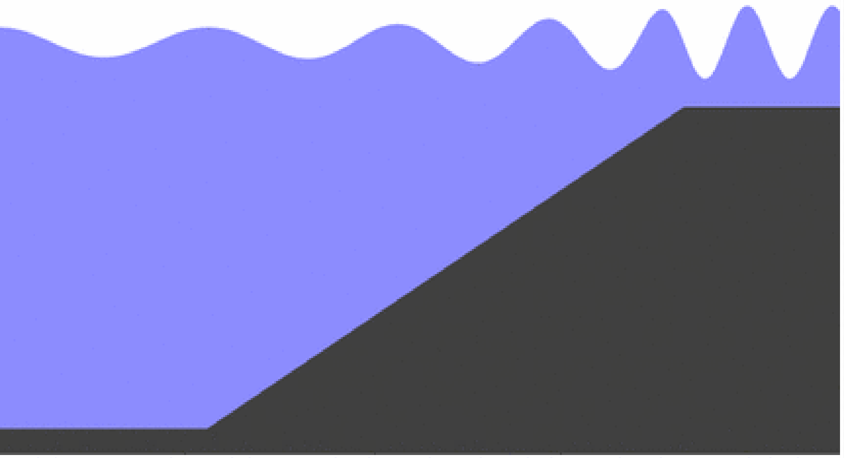
Dlaczego fale tsunami są nieodczuwalne na pełnym oceanie a wyrządzają tak wielkie szkody na lądzie?





Na pełnym morzu przejście fali tsunami, poruszającej się z wielką prędkością (do 900 km/h), może być nawet niezauważone, ponieważ długość tych fal dochodzi do kilkuset kilometrów, ale ich wysokość nie przekracza kilkudziesięciu centymetrów. Dopiero w strefie brzegowej może ona osiągnąć wysokość kilkudziesięciu metrów niszcząc nadbrzeżne miejscowości.

Na głębokiej wodzie prędkość i długość fali nie zależą od głębokości, na płytkiej prędkość propagacji $\upsilon \approx \sqrt{gh}$ i zachodzi $\lambda = \upsilon T \approx \sqrt{gh}\,T$.



Średnia moc fali: $P_{śr} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \upsilon$ pozostaje w przybliżeniu stała.

Ponieważ prędkość fali, gdy dotrze do płytkich wód przybrzeżnych maleje, zatem jej amplituda musi wzrosnąć i dopiero wówczas przejawia się niszczycielska natura tsunami.

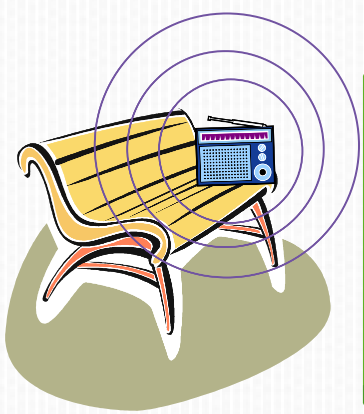
2.6. Superpozycja i interferencja fal

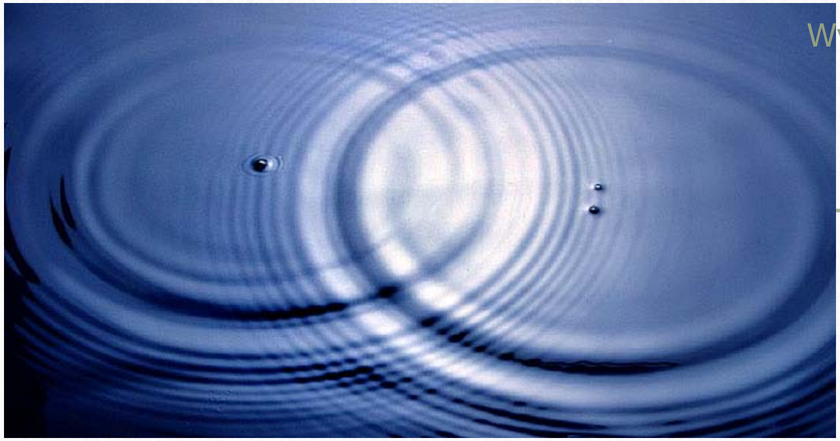
Jeśli w danym ośrodku rozchodzi się równocześnie kilka fal, to wypadkowy ruch cząstek ośrodka jest złożeniem ruchów, które wykonywałyby cząstki podczas rozchodzenia się każdej fali z osobna.

Jest to **zasada superpozycji fal**. Wynika ona z postaci równania falowego.

Jeśli każda z funkcji ψ_1 i ψ_2 spełnia równanie falowe, to ich suma $\psi_1 + \psi_2$ również musi go spełniać.

Z zasady superpozycji wynika możliwość rozróżniania różnych dźwięków, kiedy jednocześnie docierają do naszego ucha, ponieważ wypadkowa fala jest algebraiczną sumą fal pochodzących z różnych źródeł.





2.6.1. Superpozycja fal biegnących

Fala wytworzona w ośrodku otwartym, której rozchodzeniu towarzyszy transport energii nosi nazwę **fali biegnącej** (bieżącej).

Zobaczmy, jaki jest efekt złożenia dwóch fal harmonicznych biegnących o jednakowych okresach *T*, amplitudach *A* i długościach λ wysyłanych przez dwa źródła, różniących się tylko fazą α:

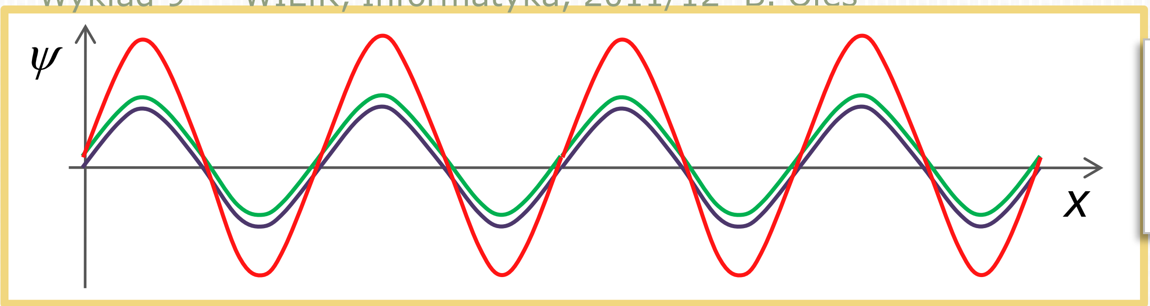
$$\psi = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx - \omega t + \alpha) =$$

$$= 2A\cos\frac{\alpha}{2}\sin\left[(kx - \omega t) + \frac{\alpha}{2}\right].$$

amplituda fali wypadkowej

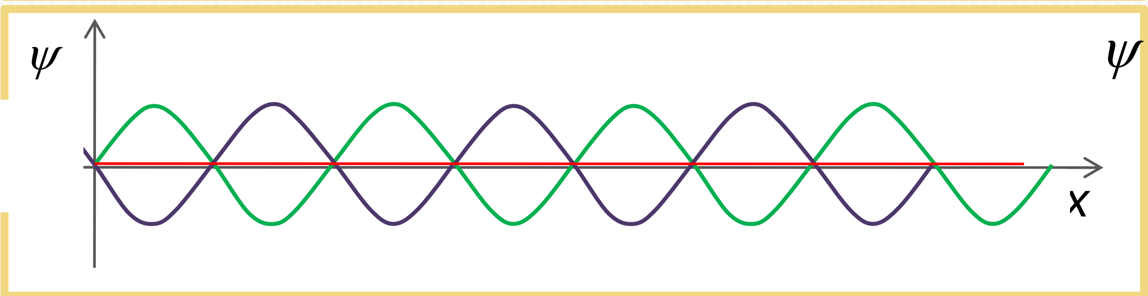
Widzimy, że amplituda fali wypadkowej zależy od fazy α.

Wypadkowa funkcja falowa jest również harmoniczna i ma tą samą częstość ω i długość fali λ co fale składowe.



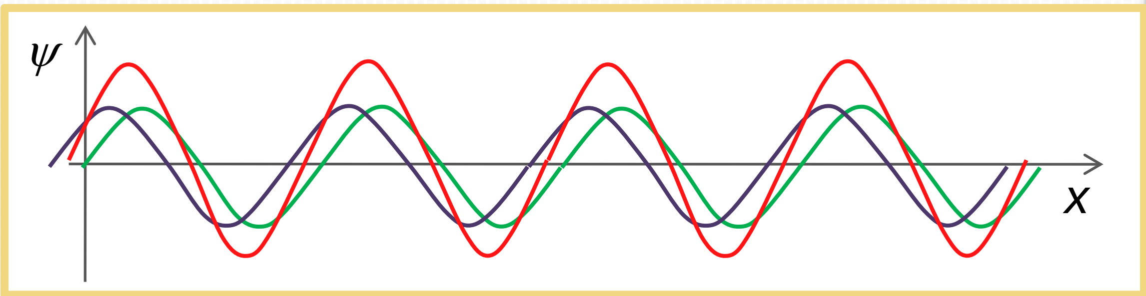
Jeśli $\alpha=2n\pi$ amplituda fali wypadkowej jest **sumą** amplitud fal interferujących.

$$\psi = 2A\cos\frac{\alpha}{2}\sin\left[(kx-\omega t)+\frac{\alpha}{2}\right].$$



Jeśli $\alpha=(2n+1)\pi$ następuje **wygaszenie fal**.

$n=0,\pm1,\pm2,\ldots$



Przypadek pośredni

Powstanie w przestrzeni, w wyniku nakładania się fal, obszarów drgań wzmocnionych i wygaszonych zależy od względnej fazy α fal.

Jeśli drgania wywołane przez fale w każdym z punktów ośrodka mają stałą różnicę faz, fale nazywamy **spójnymi**. Ich nakładanie prowadzi do **zjawiska interferencji**.

W przypadku zmiennej różnicy faz interferencja nie zajdzie.

2.6.2. Fale stojące

W piszczałkach organowych powstają dźwiękowe fale stojące

Jeśli interferują ze sobą dwie fale o tym samym okresie, amplitudzie lecz biegnące w przeciwne strony powstaje **fala stojąca**:

$$\psi = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t + \alpha),$$

$$\boxed{\psi = 2A\sin\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right).}$$

Fala ta posiada częstość kołową ω i amplitudę zależną od x: $\left|2A\sin\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right)\right|$

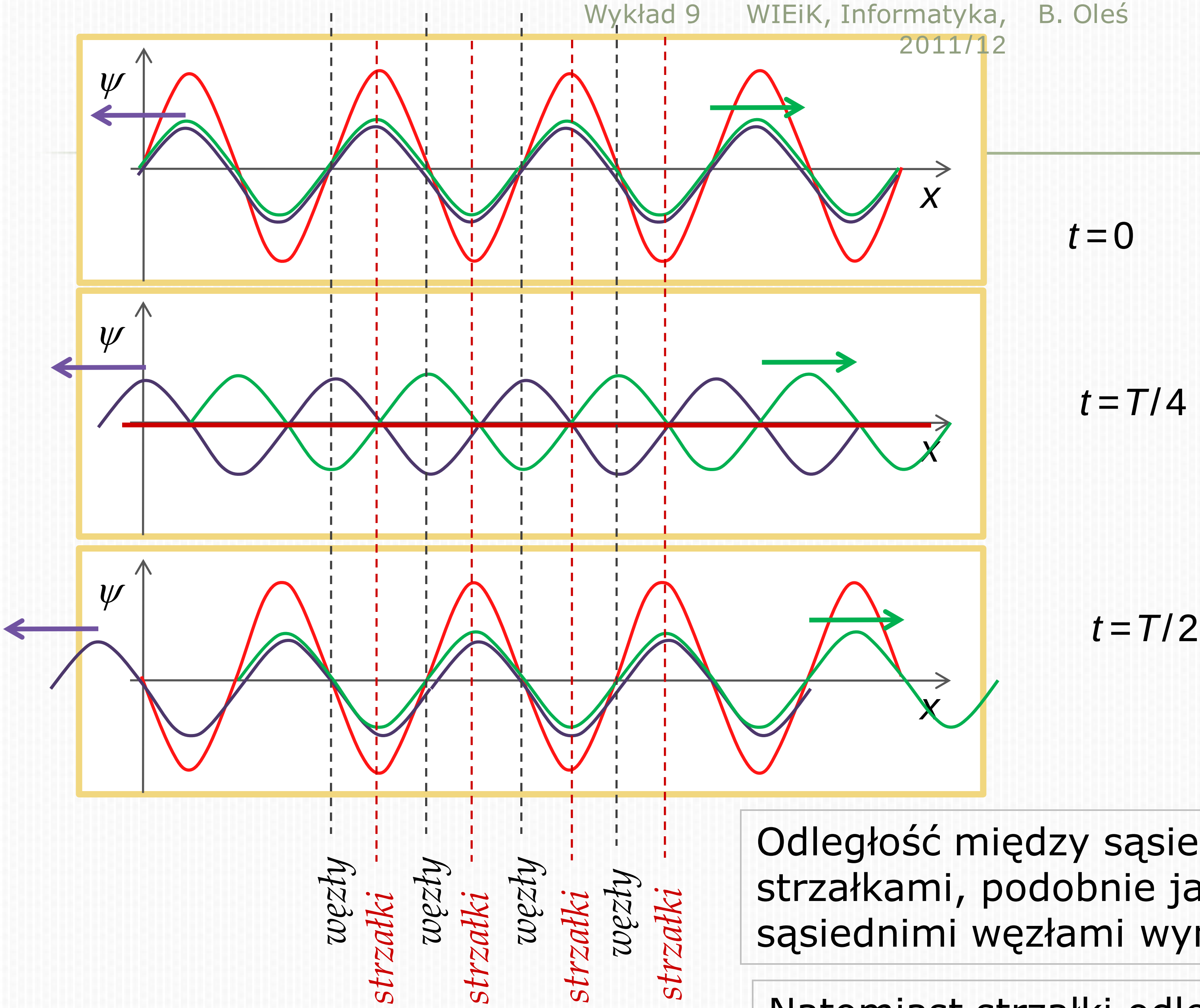
Dla uproszczenia przyjmijmy α=0. Wówczas amplituda $|2A\sin kx|$ osiąga wartość maksymalną 2A w punktach spełniających warunek:

$$kx = (2n+1)\pi/2 \rightarrow |x| = (2n+1)\frac{\lambda}{4}, \quad n = 0,1,2,...$$

Punkty te noszą nazwę **strzałek**.

W punktach zwanych **węzłami** amplituda maleje do zera i cząsteczki w nich nie wykonują drgań:

$$kx = n\pi \rightarrow |x| = n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0,1,2,...$$

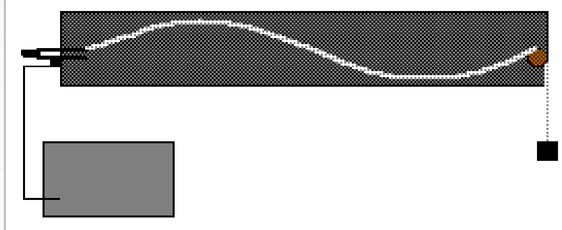


Odległość między sąsiednimi strzałkami, podobnie jak i sąsiednimi węzłami wynosi $\lambda/2$.

Natomiast strzałki odległe są od węzłów o $\lambda/4$.

2.6.3.Fale stojące w strunie

Fala stojąca może być wzbudzona w napiętej strunie (np. skrzypiec) sztywno umocowanej na obu końcach, gdy nakładają się fale padająca i odbita.



Stąd, że wzbudzona fala stojąca musi mieć węzły w punktach mocowania struny, wynika warunek:

$$\boxed{\lambda_n = 2l/n, \quad n = 1, 2, ...}$$

Możliwe jest powstanie nieskończenie wielu fal harmonicznych, nazywamy je drganiami własnymi (drganiami normalnymi), a ich częstotliwości f_n częstotliwościami drgań własnych:

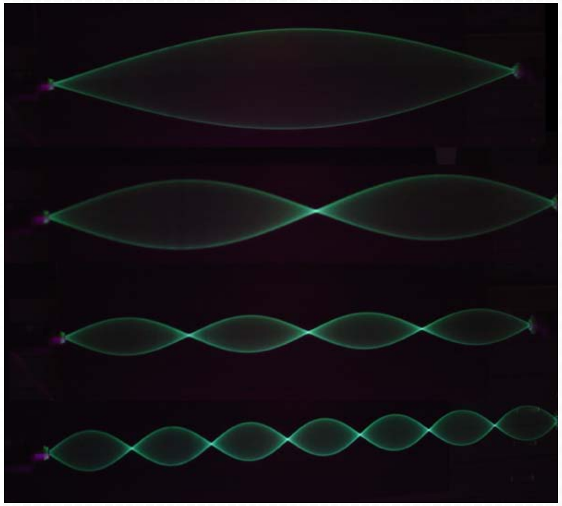
$$\boxed{f_n = \frac{\upsilon}{\lambda_n} = n\frac{\upsilon}{2l} = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad n = 1, 2, ...}$$

F- naprężenie struny, μ - gęstość liniowa

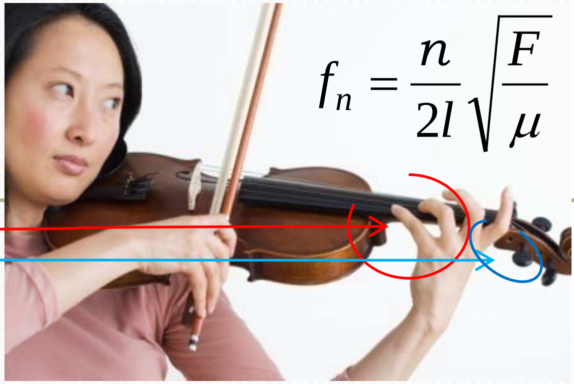
Najniższa częstotliwość dla *n*=1, to częstotliwość podstawowa.

$$f_1 = \frac{\upsilon}{2l}$$

A wyższe noszą nazwę wyższych harmonicznych.



Zazwyczaj przez szarpanie struny wzbudza się drganie, w którym występuje drganie podstawowe i wyższe harmoniczne.



$$f_n = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Zmiana f_n poprzez zmianę l lub F.

W przypadku omawianego zjawiska rezonansu dla układu sprężyna-ciężarek występowała tylko jedna częstość rezonansowa, bo bezwładność posiadał tylko jeden element-ciężarek, a własności sprężyste drugi – sprężyna.

Był to układ o elementach skupionych. Istniał tylko jeden sposób wymiany pomiędzy energią kinetyczną masy a energią potencjalną deformowanej sprężyny.

Jeśli struna zostanie pobudzona do drgań przez bodziec zewnętrzny z częstością równą lub niewiele się różniącą od częstości drgań własnych zajdzie zjawisko rezonansu.

O napiętej strunie mówimy, że ma elementy rozłożone, ponieważ każdy jej element charakteryzuje się jakąś bezwładnością i sprężystością. Istnieje wiele sposobów wymiany pomiędzy kinetyczną i potencjalną formą energii drgań, zależnie od wartości *n*.

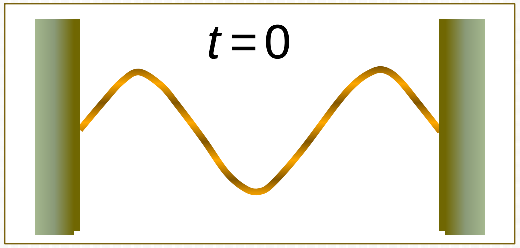
Swobodne i wymuszone drgania struny są superpozycją wielu drgań normalnych.

W układach zamkniętych, o ściśle określonych granicach powstają fale stojące. (*porównaj: fale biegnące*!).

Ważną cechą fali stojącej jest to, ze nie przenosi ona przez ośrodek energii. Energia każdej cząsteczki jest stała i pozostaje związana z cząsteczką podczas wykonywania przez nią drgań harmonicznych wokół położenia równowagi. Całkowita energia pozostaje stale w obrębie granic układu.

Równanie fali stojącej ma postać drgania harmonicznego:

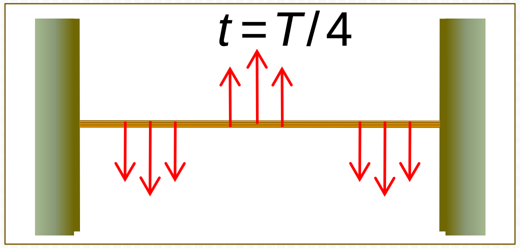
$$\psi = (2A\sin kx)\cos\omega t$$



$E_k = 0, E = E_p$

Wszystkie punkty struny (z wyjątkiem węzłów) oscylują z tą samą częstością ω, ale mają różne amplitudy.

Falę taką można sobie wyobrazić jako układ oscylatorów drgających równolegle do siebie.



$E_p = 0, E = E_k$

Ponieważ węzły są nieruchome, przez punkty te nie przepływa energia.