

1) Rekurencyjny algorytm zmieniający liczbę dziesiętną na binarną + złożoność obliczeniowa.

```
#include <iostream>
#include <stdlib.h>

using namespace std;

string DecimalToBinary(long int n){
return n==0 ? "0" : DecimalToBinary(n/2) + ((n%2)?"1":"0");
}

int main(){
long int t;

cout<<"Podaj liczbę: ";
cin>>t;

cout<< DecimalToBinary(t) <<endl;

system("pause");
return 0;
}
```

Złożoność wynosi $O(\log_2(n))$, ponieważ za każdym razem "odrzucaamy" połowę liczby. widać to na przykładzie np ilości wywołań funkcji wyniosą dla liczb np 20,40,80,160,320,640 odpowiednio 5,6,7,8,9,10 wywołań.

2) Czy liczby n liczb całkowitych z przedziały $[-2,2]$ można posortować w czasie $O(n)$ + wyjaśnienie.

Tak liczby mogą zostać posortowane w czasie $O(n)$. Zrealizować to możemy za pomocą algorytmów sortowania przez zliczanie, bądź też sortowania pozycyjnego.

Dowód dla sortowania przez zliczanie.

Na złożoność obliczeniową tego algorytmu składają się m operacji zerowania liczników, następnie n operacji zwiększania licznika klucza dla każdego elementu zbioru, wykonanie $m-1$ operacji dodawania, przepisywanie elementów ze zbioru wyjściowego do wejściowego i zmniejsza wartości liczników o 1 (ilość wykonanych operacji n). Wszystkie te operacje mają kolejno klasy złożoności $O(m)$, $O(n)$, $O(m)$ i $O(n)$. Na czas wykonania ma wpływ wartość m , czyli zróżnicowanie elementów do sortowania i n , liczba elementów do sortowania. Ostatecznym czasem sortowania jest czas $O(m+n)$.

Żadne z działań nie jest wywoływane wewnątrz siebie (w pętłach), bądź wywoływane rekurencyjnie. Nie pojawia się porównywanie elementów.

3) Zastosuj metodę rekurencji uniwersalnej do rozwiązania następującego równania rekurencyjnego: $T(n)=3T(n/3)+n^2$.

$$T(n)=aT(n/b)+f(n)$$

Rozwiązanie zadania:

$$f(n)=n^2$$

$$a=3$$

$$b=3$$

zakładamy $\epsilon = 1$

$$\text{sprawdzamy } n^{(\log_b a + \epsilon)} = n^{(\log_3 3 + 1)} = n^2$$

sprawdzamy czy $af(n/b) \leq cf(n)$

(nie jestem pewien tego) \rightarrow wychodzimy od $(1/b)*f(n) \leq c*f(n)$ i doprowadzamy do postaci $af(n/b) \leq cf(n)$

$$(1/3)*n^2 \leq c*n^2$$

$$(n^2)/3 \leq c*n^2$$

$$(3*n^2)/9 \leq c*n^2$$

$$af(n/b) = 3*(n/3)^2$$

$$cf(n) = c*n^2$$

$af(n/b) \leq cf(n)$ udowodnione spełnienie, że dla $1/3 \leq c < 1$

wykresy obu funkcji w pliku PDF

4) Jaka jest złożoność QuickSort w najgorszym przypadku, jeśli elementem osiowym jest mediana? Uzasadnij odpowiedź.

Wybór mediany w algorytmie QuickSort jest przypadkiem optymistycznym złożoności czasowej tego algorytmu, który wynosi w najlepszym wypadku $T(n)=n-1+2T*((n-1)/2)$, a w najgorszym wypadku (dla dużych n) $T(n)=n+2T*(n/2)$.

Złożoności te nie wyniosą $O(n)=n^2$ ponieważ, wybór mediany nie jest „gwarancją złożoności” która zapewni nam czas wykonania nie większy jak $O(n*\log_2(n))$. Mediana to wartość najczęściej występująca, więc element, który nie zajmuje skrajnych pozycji (przy różnorodności n), dzięki czemu

nie następują podziały nieregularne na części o dużej i małej ilości elementów. Powstają mniej więcej równe części, które są następnie sortowane.

5) Podaj algorytm przekształcenia liczby dziesiętnej na binarną bez zapisywania bitów w tablicy (liście itp.).

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

double b=0, c=0;

int funkcja(int m)
{
    b= b + (m%10)*pow(2,c);
    m=m/10;
    c++;
    if (m==0)
        cout << b << endl;
    else
        funkcja (m);
}

int main(int argc, char *argv[])
{
    int n;
    cin >> n;
    funkcja(n);
    system("PAUSE");
    return EXIT_SUCCESS;
}
```