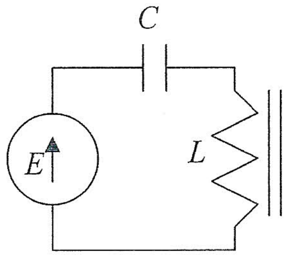
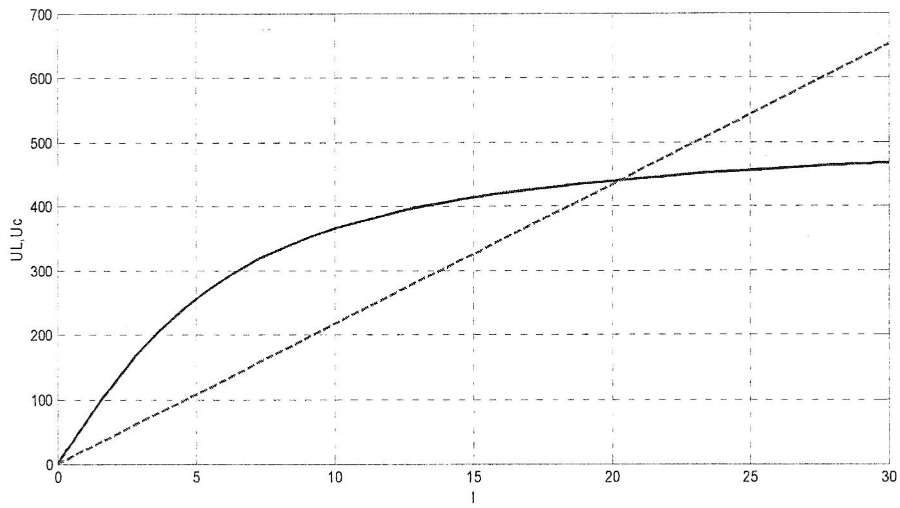
Wykład 5
Ferrorezonans.

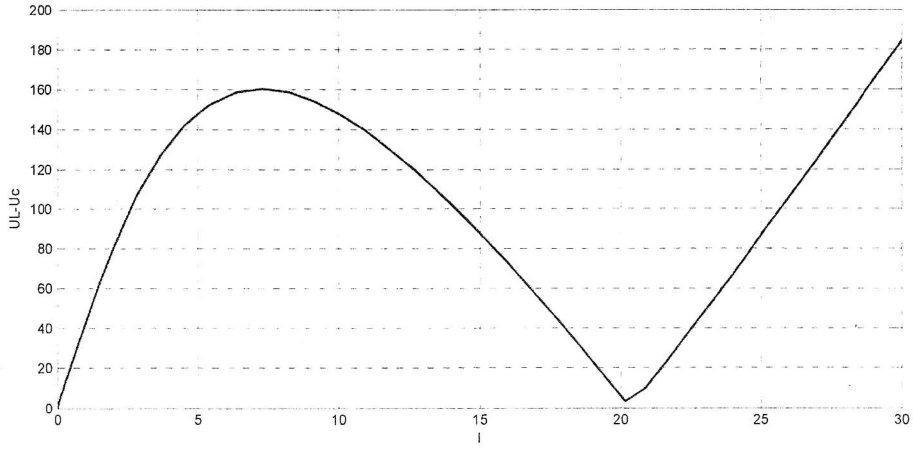
Ferrorezonans napięć:
Rozważmy układ szeregowo połączonych elementów L i C, przy czym niech indukcyjność będzie cewką nawiniętą na ferromagnetyk nadprzewodzącym przewodnikiem. Dla takiego przypadku możemy narysować schemat:



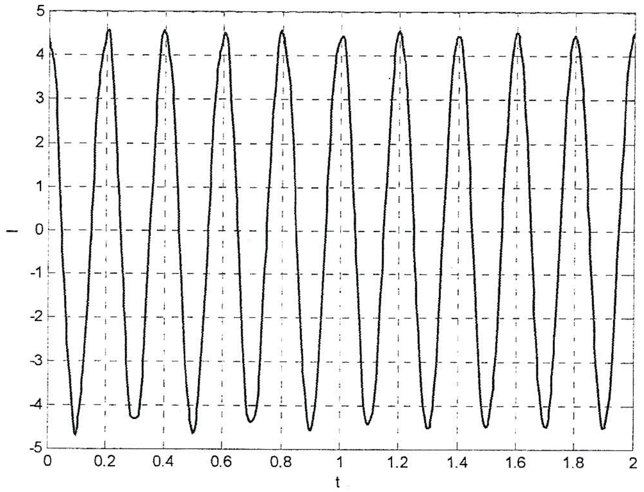
Charakterystyczną cechą ferromagnetyków jest ich nieliniowa charakterystyka magnesowania. Dla pojemności, w większości przypadków można przyjąć, że analogiczna charakterystyka jest liniowa, zatem możemy narysować:



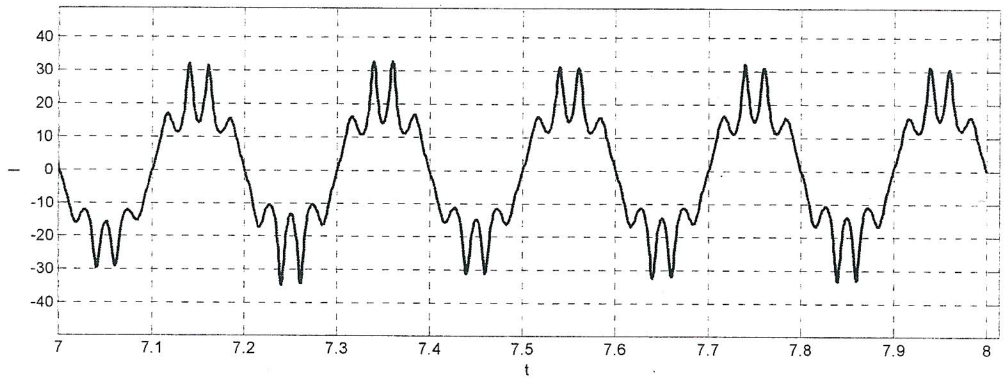
Zatem, spadek napięcia na obydwu elementach połączonych szeregowo, będzie różnicą obu spadków napięć



W konsekwencji, gdy różnica napięć przekroczy określoną wartość (w tym przykładzie 160 V) to wartość skuteczna prądu zmieni się skokowo (w tym przykładzie z ok. 7.5 do ok. 28 A).
Realnie, zmiana tu opisana jest bardziej złożona, bowiem obok szybkiej zmiany wartości skutecznej prądu obserwujemy odejście prądu od kształtu sinusoidalnego do kształtu

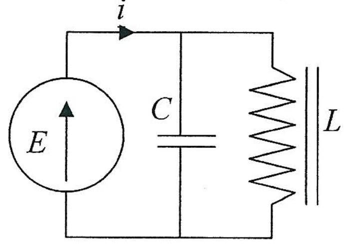


zdeformowanego jak na poniższym rysunku.

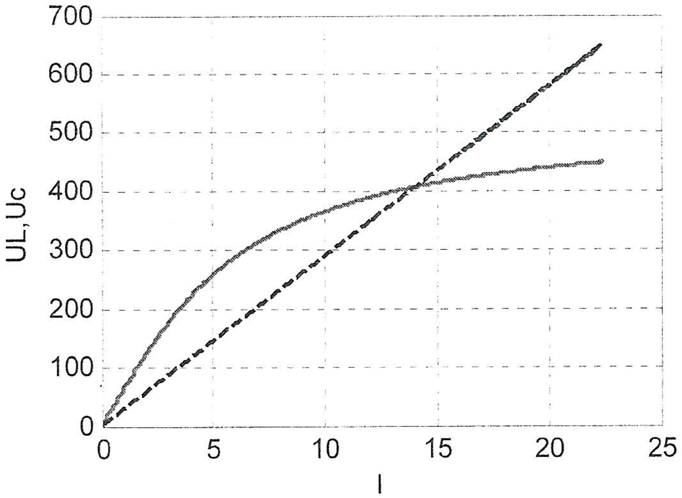


Rezonans prądów.

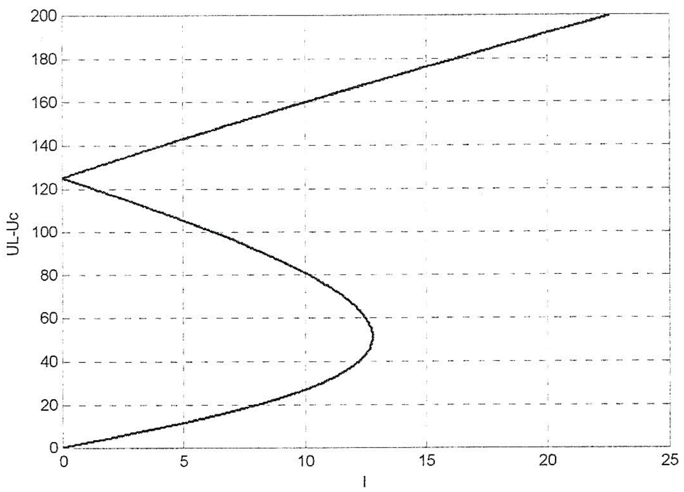
Rozważmy obecnie układ równolegle połączonych elementów L *i* C, przy czym podobnie jak poprzednio niech indukcyjność będzie cewką nawiniętą na ferromagnetyk nadprzewodzącym przewodnikiem. Dla takiego przypadku możemy narysować schemat:



Podobnie jak poprzednio, charakterystyki elementów obwodu L i C przedstawia poniższy rysunek.



W tym przypadku, napięcie na obydwu elementach obwodu musi być identyczne, natomiast prądy, które są w fazach względem siebie przeciwne odejmują się. W punkcie rezonansowym prąd przyjmuje wartość równą zeru.



Konsekwencją nieliniowej charakterystyki jest „skokowy" wzrost wartości skutecznej napięcia, gdy prąd przekroczy określoną wartość. Dla przyjętych parametrów prąd ten wynosi *12.5 A*.

Dynamiczne działanie prądu.

Powróćmy obecnie do pojęcia energii rozumianej jako zdolność ciała lub układu ciał do wykonania pracy, zatem

$$L = \int \vec{F} d\vec{x} \quad \rightarrow \quad L = \sum_{i=1}^{n} \int F_i dx_i$$

Dla układów elektrycznych analogiczne zależność ma postać:

$$L = \int e dq \quad \rightarrow \quad L = \sum_{i=1}^{m} \int e_i dq_i \; .$$

Poprowadzimy teraz równoległe rozważania tj. dla układów mechanicznych i elektrycznych. Dla przejrzystości rozważań przyjmijmy, że $i=1$.

Niech siła „F” wynika z prawa dynamiki Newtona

$$L = \int \frac{dp}{dt} dx = \int v dp$$

gdzie

p –pęd układu

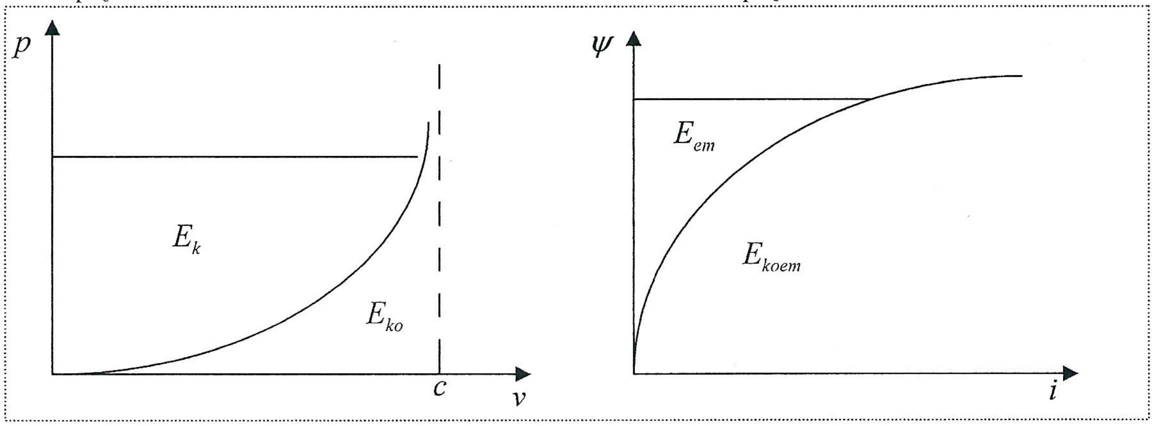
v- prędkość układu

Niech napięcie „e” wynika z prawa Faradaya

$$L = \int \frac{d\psi}{dt} dq = \int i d\psi$$

ψ - strumień skojarzony

i - prąd



W przypadku układów liniowych mamy:

$$p = mv \qquad \psi = Li$$

stąd

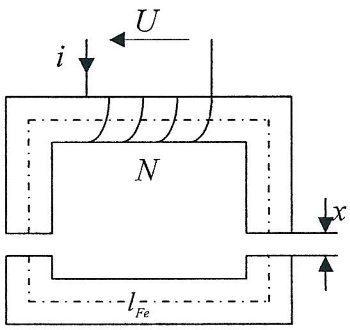
$$E_k = \int \frac{p}{m} dp = \frac{p^2}{2m} \qquad E_{em} = \int \frac{\psi}{L} d\psi = \frac{\psi^2}{2L}.$$

Obok pojęcia energii zostało wprowadzone pojęcie koenergii. Wyraża się ono wzorami:

$$E_{ko} = \sum_{i=1}^{n} \int p_i dv_i \qquad E_{koem} = \sum_{j=1}^{m} \int \psi_j di_j ,$$

co dla przypadków układów liniowych dla $n=1$ i odpowiednio dla $m=1$ sprowadza się do postaci:

$$E_{ko} = \frac{mv^2}{2} \qquad E_{koem} = \frac{Li^2}{2}$$



Zgodnie z *prawem przepływu* mamy:

$$\oint H dl = Ni$$

Dla analizowanego tu przypadku możemy napisać:

$$H_{Fe} l_{Fe} + 2H_x x = Ni .$$

Przyjmijmy założenie, że $\mu_{Fe} >> \mu_0$. Teraz możemy napisać: $B_{Fe} \cong B_x = B$, zatem

$$\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} \mu_{Fe} H_{Fe} l_{Fe} + 2\mu_0 H_x x = \mu_0 Ni ,$$

stąd

$$\left(\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2x \right) B = \mu_0 Ni .$$

Wartość indukcji wyrazi się więc wzorem:

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2x} .$$

Strumień skojarzony z obwodem go wytwarzającym:

$$\psi = N \int \vec{B} d\vec{S} = \frac{\mu_0 N^2 S_{Fe} i}{\frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2x} ,$$

stąd

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{\mu_0 \mu_{Fe} N^2 S_{Fe}}{\mu_0 l_{Fe} + 2\mu_{Fe} x} .$$

Koenergia pola elektromagnetycznego będzie miała postać:

$$E_{koem} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \mu_{Fe} N^2 S_{Fe}}{\mu_0 l_{Fe} + 2\mu_{Fe} x} i^2 .$$

Teraz możemy wykazać, że w układzie jak na powyższym rysunku, działa siła w kierunku zmniejszenia szczeliny powietrznej o długości *x*.

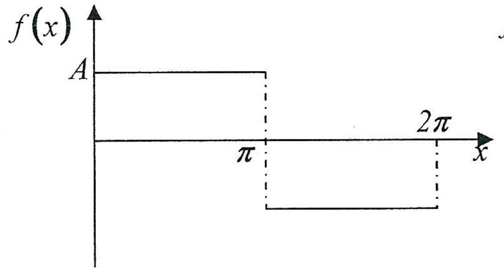
$$F = \frac{\partial E_{koem}}{\partial x} = - \frac{\mu_0 \mu_{Fe}^2 N^2 S_{Fe}}{(\mu_0 l_{Fe} + 2\mu_{Fe} x)^2} i^2 .$$

Urządzenie wykorzystujące opisane powyżej zjawisko nosi nazwę elektromagnesu.

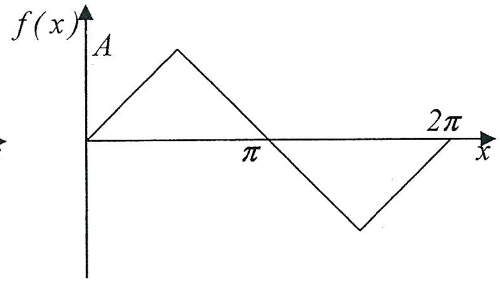
Szereg Fouriera

W układach technicznych występują funkcje, które są okresowe, ale są trudne do zapisania ich wyrażeniami analitycznymi. Przykłady takich funkcji przedstawiają poniższe rysunki.

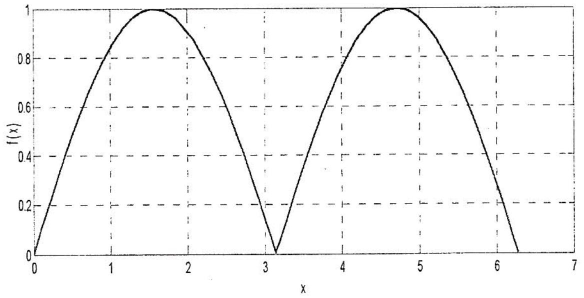
a)



b)



c)



W takich i podobnych przypadkach posługujemy się szeregami Fouriera.

Niech funkcja $f(x)$ jest funkcją okresową o okresie T. Do funkcji tej jest zbieżny szereg o postaci:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \, sin(kx) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \, cos(kx),$$

gdzie:

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)dx,$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) sin(kx)dx,$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) cos(kx)dx,$$

o ile spełnia warunki Dirichleta:

1. w dowolnym ograniczony przedziale zmiennej niezależnej funkcja może mieć skończoną liczbę ekstremów,
2. w dowolnym ograniczony przedziale zmiennej niezależnej funkcja może mieć skończoną liczbę nieciągłości, przy czym istnieją granice lewo i praw stronna a wartość funkcji w punkcie nieciągłości jest równa średniej arytmetycznej obu granic,