Układ odosobniony
Jest to taki układ, który nie oddziaływuje z otoczeniem na żaden sposób.

Zasada zachowania energii
Zasada ta mówi nam, że w odosobnionym układzie suma wszystkich rodzajów energii jest wielkością stałą w czasie.
$$E_k+E_p+E_j+E_Q+E_{ch}+...=const$$
gdzie E_j to energia jądrowa, E_Q – energia cieplna, E_{ch} – energia chemiczna, ...
My będziemy rozważać zasadę zachowania energii zawężoną do układów mechanicznych, w których rolę odgrywa tylko E_k i E_p.
Wiemy już, że
$$dW=dE_k=-dE_p$$
Wynika z tego, że jeżeli na cząstkę działają siły zachowawcze, to zmiana E_k wywoła ujemną zmianę E_p.
$$dE_k=-dE_p \Rightarrow dE_k+dE_p=0 \Rightarrow d(E_k+E_p)=0$$
Jeśli więc przyjmiemy, że $E_k+E_p=E$, czyli że żadne inne energie w układzie mechanicznym, poza kinetyczną i potencjalną, nie wpływają na całkowitą energię układu, to otrzymamy, że
$$d(E_k+E_p)=0 \Rightarrow dE=0 \Rightarrow E=const$$
Udowodniliśmy więc, zasadę zachowania energii.
Jeśli na punkt nie działają żadne siły lub działające siły są siłami zachowawczymi, to energia mechaniczna punktu jest stała w czasie. Również w odosobnionym układzie punktów $m_1, m_2, ..., m_n$, między którymi działają tylko siły zachowawcze, energia będzie stała w czasie.
Zasada zachowania energii związana jest z jednorodnością czasu, oznacza to, że wszystkie chwile czasu są sobie równe, a przebieg zjawisk nie zależy od wyboru chwili początkowej.

Wnioski dotyczące ruchu, jakie wynikają z zasady zachowania energii

1. Zasada zachowania energii pozwala nam określić bez rozwiązywania równań ruchu obszar przestrzeni dostępny dla cząstki, czyli podać (x, y, z), których cząstka nie może przekroczyć
   Jeżeli $E=const$ oraz $E=E_k+E_p$, to
   $$\frac{mv^2}{2}+E_p(xyz)=E \Rightarrow \frac{mv^2}{2}=E-E_p$$
   Teraz moglibyśmy podstawić pod E_p któryś ze wzorów, liczonych wcześniej, na przykład dla oscylatora harmonicznego
   $$E_p=\frac{1}{2}kx^2$$
   Wtedy nasze równanie wyglądałoby następująco
   $$\frac{mv^2}{2}=E-\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \frac{mv^2}{2}+\frac{1}{2}kx^2=E$$
   Jeśli rozważalibyśmy maksymalne wychylenie cząstki, w którym $v=0$, to jednocześnie wiedzielibyśmy, że w tym konkretnym punkcie $E=E_p$, gdyż energia kinetyczna w czasie spoczynku ciała jest równa zero. Z powyższego równania moglibyśmy już z łatwością wyznaczyć x_1 i x_2, dla których $E=E_p$, byłyby to więc współrzędne x, których cząstka nie może przekroczyć (współrzędne x maksymalnego wychylenia cząstki).
2. Bez rozwiązywania równań ruchu możemy znaleźć prędkość, z jaką porusza się cząstka
   Jeśli $E_k+E_p=E$, to
   $$\frac{mv^2}{2}+E_p=E \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2}{m}(E-E_p)}$$
3. Możemy znaleźć drogę s przebytą w pewnym przedziale czasu
   $$s=\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$
   gdzie v możemy obliczyć tak, jak podano wcześniej.
4. Możemy wyznaczyć siłę, która wywołała ruch cząstki
   $$\vec{F}=-grad\,E_p$$

Zmiana energii mechanicznej układu gdy oprócz sił zachowawczych $\vec{F}_z$ działają też siły niezachowawcze $\vec{F}_n$

$$W_{A\rightarrow B}=\int_{A\rightarrow B}\vec{F}\,\vec{dr} \Rightarrow W_{A\rightarrow B}=\int_{A\rightarrow B}(\vec{F}_z+\vec{F}_n)\cdot\vec{dr} \Rightarrow W_{A\rightarrow B}=\int_A^B \vec{F}_z\vec{dr}+\int_{A\rightarrow B}\vec{F}_n\vec{dr} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ E_k(B)-E_k(A)=E_p(A)-E_p(B)+\int\limits_{A\to B}\vec{F}_n d\vec{r}\ \Rightarrow\ [E_k(B)-E_k(A)]-[E_p(A)+E_p(B)]=\int\limits_{A\to B}\vec{F}_n d\vec{r}$$

W układzie mechanicznym, występuje tylko energia potencjalna i kinetyczna, a więc możemy zapisać, że

$$E(B)-E(A)=\int\limits_{A\to B}\vec{F}_n d\vec{r}$$

Doszliśmy więc do wniosku, że zmiana energii mechanicznej układu równa jest pracy wykonanej przez siły niezachowawcze $\vec{F}_n$

Zasada zachowania pędu

Związana jest z jednorodnością przestrzeni, co oznacza, że wszystkie punkty przestrzeni mają te same właściwości. Zasada zachowania pędu brzmi: jeżeli na punkt materialny nie działają żadne siły lub siły działające równoważą się wzajemnie, to wektor pędu tego punktu jest wektorem stałym.

Jeśli $\vec{F}=0$, czyli $\frac{d\vec{p}}{dt}=0$, to $\vec{p}=const$

W naszych rozważaniach uogólnimy zasadę zachowania pędu do układu punktów materialnych o masach $m_1, m_2, \ldots, m_n$, między którymi działają tylko siły oddziaływania wzajemnego. Jeśli określimy $\vec{F}_z$ jako wszystkie siły zewnętrzne, a $\vec{F}_w$ jako wszystkie siły wewnętrzne, to dla każdej rozważanej cząstki możemy zapisać, że

$$\begin{cases} \frac{d\vec{p}_1}{dt}=\vec{F}_{1z}+\vec{F}_{1w} \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt}=\vec{F}_{2z}+\vec{F}_{2w} \\ \quad\vdots \\ \frac{d\vec{p}_n}{dt}=\vec{F}_{nz}+\vec{F}_{nw} \end{cases}$$

oraz że

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt}+\frac{d\vec{p}_2}{dt}+\ldots+\frac{d\vec{p}_n}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{iz}+\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{iw}$$

Założyliśmy, że siła wypadkowa sił wewnętrznych, oddziałujących na cząstki jest równa zero, dlatego

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt}+\frac{d\vec{p}_2}{dt}+\ldots+\frac{d\vec{p}_n}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{iz}\ \Rightarrow\ \frac{d}{dt}\vec{p}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{iz}\ \Rightarrow\ \frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}_z$$

Jeśli więc zdarzyłby się przypadek, że $\vec{F}_z=0$, oznaczałoby to również, że $\vec{p}=\overrightarrow{const}$.

Z powyższego rozumowania wynika zasada zachowania pędu dla układu punktów: jeśli na układ punktów materialnych nie działają żadne siły zewnętrzne lub działające siły równoważą się wzajemnie, to wektor pędu tego układu będzie wektorem stałym.

Trzy całki pędu

Jeśli rzuty składowych siły na osie x, y lub z będą równe zero, to rzuty składowych pędu odpowiednio na osie x, y lub z będą stałe w czasie.

$\vec{F}=0\ \Rightarrow\ \vec{p}=\overrightarrow{const}$ jest równoważne trzem równaniom skalarnym.

$$\begin{cases} F_x=0\ \Rightarrow\ p_x=const \\ F_y=0\ \Rightarrow\ p_y=const \\ F_z=0\ \Rightarrow\ p_z=const \end{cases}$$

Jeśli $\vec{p}\neq const$, ale na przykład $F_x=0$, to wiemy, że $\vec{p}_x=const$. Zawsze możemy tak dobrać osie, aby któraś ze składowych siły po zrzutowaniu na swoją oś była równa zero.

Trzy całki pędu tworzą zasadę zachowania pędu układu.

Zasada zachowania pędu odgrywa istotną rolę w śledzeniu zderzeń cząstek, bo pozwala znaleźć tory, po jakich cząstki będą się poruszały po zderzeniu, jeśli tylko znamy siły, które działały na te cząstki przed zderzeniem.

Zderzenia

- sprężyste (ZZE i ZZP są spełnione)
- niesprężyste (ZZP spełniona, ZZE niespełniona)
- centralne (środki mas poruszają się po linii prostej)

– niecentralne (środki mas poruszają się po różnych torach)

Zasada zachowania momentu pędu
Jeśli na punkt (cząstkę, układ punktów) działa niezrównoważony moment siły, to wiemy z poprzednich rozważań, że wywoła on zmianę na momencie pędu taką, że

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

Natomiast jeśli $\vec{M}=0$, to $\vec{L}=\vec{const}$.
Jeśli na cząstkę nie działają żadne momenty sił zewnętrznych lub działające momenty sił równoważą się wzajemnie, to wektor momentu pędu będzie wektorem stałym.
Zasada zachowania momentu pędu związana jest z izotropowością przestrzeni, czyli z regułą, z której wynika, że własności przestrzeni w każdym kierunku są takie same.

Trzy całki momentu pędu
Jeśli rzuty składowych momentu siły na osie x, y lub z będą równe zero, to rzuty momentu pędu odpowiednio na osie x, y lub z będą stałe w czasie.
$\vec{M}=0 \Rightarrow \vec{L}=\vec{const}$ jest równoważne trzem równaniom skalarnym.

$$\begin{cases} M_x=0 \Rightarrow L_x=const \\ M_y=0 \Rightarrow L_y=const \\ M_z=0 \Rightarrow L_z=const \end{cases}$$

Jeśli $\vec{L}\neq const$, ale na przykład $M_x=0$, to wiemy, że $\vec{L}_x=const$. Zawsze możemy tak dobrać osie, aby któraś ze składowych momentu siły po zrzutowaniu na swoją oś była równa zero.
Trzy całki momentu pędu tworzą zasadę zachowania momentu pędu układu.

Zerowanie się momentów siły
$\vec{M}=0 \Rightarrow \vec{r}\times\vec{F}=0$
Wektor momentu siły może się zerować w dwóch przypadkach:

- $\vec{F}=0$
- $\vec{r}\uparrow\uparrow\vec{F}$ lub $\vec{r}\uparrow\downarrow\vec{F}$

Drugi przypadek ma miejsce we wszystkich trzech siłach centralnych wymienionych wcześniej: sile grawitacji, sile Coulomba oraz sile typu Hooka.